

1. feladatsor – Permutációk

1.1. Feladat. Írjuk fel az alábbi S_7 -beli permutációkat páronként idegen ciklusok szorzataként:

$$(a) \alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 4 & 2 & 3 & 6 & 5 & 1 \end{pmatrix};$$

$$(b) \beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 1 & 6 & 5 & 2 & 4 & 3 & 7 \end{pmatrix};$$

$$(c) \gamma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 5 & 7 & 1 & 2 & 6 & 3 \end{pmatrix}.$$

1.2. Feladat. Adjuk meg a következő S_7 -beli, páronként idegen ciklusok szorzataként előállított permutációkat kétsoros írásmódban:

$$(a) \delta = (136)(2754);$$

$$(b) \varepsilon = (17)(26)(345);$$

$$(c) \eta = (154273).$$

1.3. Feladat. Adjuk meg a következő S_6 -beli permutációkat páronként idegen ciklusok szorzataként.

$$(a) (1243)(1523);$$

$$(b) (1234)(3461);$$

$$(c) (123)(45)(12546);$$

$$(d) (1342)(56)(1432).$$

1.4. Feladat. Az 1.1. és az 1.2 feladatban bevezetett jelöléseket felhasználva adjuk meg az alábbi S_7 -beli permutációkat páronként idegen ciklusok szorzataként:

$$(a) \alpha\beta; \quad (b) \beta\alpha; \quad (c) (\beta\alpha)^{-1}; \quad (d) \beta^2; \quad (e) \beta^{2013}; \quad (f) \alpha^8; \quad (g) \varepsilon\eta^{-1}\beta\gamma\delta^{-1}.$$

1.5. Feladat. Adjuk meg a következő S_9 -beli permutációkat páronként idegen ciklusok szorzataként:

$$(a) ((123)(45))^{15};$$

$$(b) ((12346)(78))^{-1};$$

$$(c) ((1234)(578))^{26};$$

$$(d) ((124)^5(134))^{-4};$$

$$(e) ((1243)^{-6}(154)^{13})^{-4};$$

$$(f) \left(((1346)(25798))^{-1} ((176)(284)(39))^2 (1346)(25798) \right)^{109};$$

$$(g) \left((154372)^9 ((293)(4527))^{120} (481) \right)^{-1}.$$

1.6. Feladat. Keressük meg azokat a $\sigma \in S_8$ permutációkat, amelyekre teljesülnek a következő összefüggések:

$$(a) (153)\sigma(621)(413) = (315);$$

$$(b) ((1234)(738))^3 \sigma(34) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 5 & 6 & 4 & 3 & 1 & 2 & 7 \end{pmatrix}^{-1}.$$

$$(c) (2436)^{14}\sigma(1235)^{-9} = (1423)^{12}.$$

1.7. Feladat. Döntsük el, hogy az első két feladatban bevezetett $\alpha, \dots, \eta \in S_7$ permutációk, valamint a segítségükkel megadott alábbi permutációk párosak vagy páratlanok:

$$(a) (\eta^{-1}\delta^{112})^{111}; \quad (b) (\varepsilon\gamma\alpha)^{-1}(\beta^{-1}\delta\eta^9)^2.$$

1.8. Feladat. Hány olyan $\sigma \in S_6$ permutáció van, amelyre

- (a) $|M_\sigma| = 0$;
- (b) $|M_\sigma| = 1$;
- (c) $|M_\sigma| = 2$;
- (d) $|M_\sigma| = 3$;
- (e) $|M_\sigma| = 4$;
- (f) $|M_\sigma| = 5$;
- (g) $|M_\sigma| = 6$.

1.9. Feladat. Hányféleképpen táncolhat 6 házaspár úgy, hogy senki sem táncol a saját házastársával?