

## MBNA12E: CSOPORTOK ÉS TESTEK TÉTELSOR

A vizsga elején egy beugró dolgozatot kell írni, utána pedig szóban felelni a következő tételek valamelyikéből. Minden tételnél ki kell tudni mondani az oda tartozó definíciókat és tételeket, illetve az állításokat és tételeket be kell tudni bizonyítani. Minden definícióhoz példát és ellenpéldát kell tudni mondani. Minden tételt tudni kell egyszerű példákon keresztül alkalmazni, illetve azt bemutatni, hogy a tétel szükséges feltételei tényleg szükségesek. A tételhez való felkészülésnél (nem a beugrónál) egy előre elkészített saját kézzel írt A4-es méretű lapot be lehet hozni.

1. Csoportok, részcsoporthok, elemrend, generált részcsoporthok, izomorfia, Cayley-ábrázolás
2. Komplexus szorzás, Lagrange-tétel, mellékosztályok, normálosztó, normálosztók jellemzése
3. Csoport homomorfizmus, mag és kép, faktorcsoport, homomorfiatétel
4. Részbenrendezett halmazok, hálók, részcsoporthok és normálosztó hálók, megfeleltetési tétel
5. Egyszerű csoportok,  $S_n$  normálosztói
6. Direkt szorzat és belső jellemzése
7. Cauchy-tétel, Abel-csoportok direkt előállítás, véges Abel-csoportok alaptételének kimondása és példák
8. Centrum, belső és külső automorfizmusok, csoportok közötti homomorfizmusok száma
9. Gyűrűk, gyűrűhomomorfizmus, ideál, mag, faktor gyűrű, gyűrűelméleti homomorfiatétel, direkt szorzat
10. Gyűrűideálok hálój, megfeleltetési tétel, kommutatív egyszerű gyűrűk jellemzése
11. Végtelen vektorterek, Zorn-lemma, bázis létezése, vektorterek izomorfia
12. Testbővítés, egyszerű testbővítés, karakterisztika, prímtest
13. Testbővítés foka, fokszám-tétel, algebrai és transzcendens testbővítések, algebrai számok
14. Egyszerű algebrai testbővítések jellemzése, minimálpolinom
15. Integritástartomány, hányadostest, Egyszerű transzcendens testbővítések jellemzése
16. Véges testek, multiplikatív csoport, Frobenius-leképezés, véges testek alaptétele

A beugró dolgozatban definíciókhoz tartozó példákat és ellenpéldákat fogok kérni, ahol 5-ből legalább 4-et helyesen kell megválaszolni. Például:

1. **Feladat.** Adjon példát nem egyszerű nem kommutatív csoportra.
2. **Feladat.** Adjon példát  $S_6$  olyan részcsoporthjára, amely nem fordulhat elő semelyik csoport Cayley-ábrázolásaként.
3. **Feladat.** Adjon példát olyan gyűrűre, amelynek nem ugyan azok az ideáljai mint az additív csoportjának normálosztói.
4. **Feladat.** Adjon példát olyan testbővítésre, amely algebrai de nem egyszerű.
5. **Feladat.** Adjon példát 8-elemű testre.