

LINEÁRIS ALGEBRA 1 TÉTELSOR

A vizsga elején egy beugró dolgozatot kell írni, utána pedig szóban felelni a következő tételek valamelyikéből. Minden tételnél ki kell tudni mondani az oda tartozó definíciókat és tételeket, illetve az állításokat és tételeket be kell tudni bizonyítani. Minden definícióhoz példát és ellenpéldát kell tudni mondani. Ha a definícióban több feltételnek kell egyszerre teljesülnie (például a bázis definíciója), akkor ez azt jelenti, hogy tudni kell példát mondani 1) bázisra, 2) lineárisan független de nem generátorrendszerre, illetve 3) lineárisan függő generátorrendszerre is. Minden tételt tudni kell egyszerű példákon keresztül alkalmazni, illetve azt bemutatni, hogy a tétel szükséges feltételei tényleg szükségesek.

1. Komplex számok, kanonikus és trigonometrikus alak
2. Komplex számok hatványozása, gyökvonás, egységgyökök
3. Vektorok, műveletek, lineáris kombináció, generált altér, lineáris függetlenség
4. Vektorok belső szorzata, hossza, Cauchy-Schwarz és háromszög-egyenlőtlenség
5. Vektortok merőlegessége, merőleges vetítés, bezárt szög, hipersíkok
6. Lineáris egyenletrendszerek, Gauss-Jordan elimináció, megoldások száma
7. Lineáris független vektorrendszer, (minimális) generátorrendszer, bázis, dimenzió
8. Alterek összege és metszete, alterekre vonatkozó dimenziótétel
9. Alterek megadása lineáris egyenletrendszerekkel és bázissal, váltás közöttük
10. Mátrixok, műveletek és tulajdonságaik (kivéve inverz és szorzás asszociativitása)
11. Mátrixok inverze, kiszámolása, létezés és egyértelműség
12. Lineáris leképezések, képtér, magtér, dimenziótétel, injektivitás és szürjektivitás
13. Lineáris leképezés mátrixa, mátrixok szorzásának asszociativitása
14. Determinánsok, kiszámítása elemi átalakításokkal és kifejtéssel, szorzástétel
15. Mátrixok sor-, oszlop- és determinánsrangja, Kronecker-Capelli-tétel

A beugró dolgozatban definíciókhoz tartozó példákat és ellenpéldákat fogok kérni, ahol 5-ből legalább 4-et helyesen kell megválaszolni. Például:

- 1. Feladat.** Adjon példát olyan részhalmazára az $\mathbb{R}^2$ vektortérnek, amely nem altér.
- 2. Feladat.** Adjon példát olyan u , v és w vektorokra, melyek lineárisan függőek, de semelyik sem skalárszorosa a másiknak.
- 3. Feladat.** Adjon példát az $\mathbb{R}^2$ vektortéren olyan lineáris transzformációra, melynek képtere 1-dimenziós.
- 4. Feladat.** Adjon példát olyan homogén lineáris egyenletrendszerre, amelynek nincsen megoldása.
- 5. Feladat.** Adjon példát $\mathbb{R}^2$ -ben két olyan vektorra, amelyek egymásra merőlegesek, de a standard bázisvektorok semelyikére sem merőlegesek.