

Tételek az Algebra alapvizsgára

1. **Leképezések, permutációk.** Leképezések (injektivitás, szürjektivitás, szorzat, inverz), permutációk (szorzás és hatványozás, ciklusfelbontás, paritás).
2. **Komplex számok, algebrai struktúrák.** Komplex számok kanonikus és trigonometrikus alakja, Moivre-képlet, egységgyökök. Alapvető algebrai struktúrák: csoport, gyűrű, test, nevezetes példák.
3. **Oszthatóság, prímfelbontás az egész számok körében.** Egész számok oszthatósága, felbonthatatlan számok és prímszámok, prímmaghatványtényezős alak, a számelmélet alaptétele. Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös, euklideszi algoritmus. Lineáris diofantoszi egyenletek.
4. **A modulo n kongruencia.** Kongruenciareláció, lineáris kongruenciák és kongruencia-rendszerek, kínai maradéktétel. Maradékosztály-gyűrűk és maradékosztálytestek. Euler–Fermat-tétel, kis Fermat-tétel. Rend, primitív gyök, kvadratikus maradékok tulajdonságai.
5. **Számelméleti függvények, nevezetes számelméleti problémák.** Számelméleti függvények, az Euler-féle φ függvény, osztók száma, osztók összege, tökéletes számok, Mersenne- és Fermat-prímek. Prímek száma, prímek reciprokainak összege. Pitagorasz-számhármasok. Nevezetes számelméleti problémák.
6. **Polinomok.** A test feletti polinom fogalma, polinomgyűrű. Polinom vs. polinomfüggvény, Lagrange-interpoláció. Polinomok gyökei, többszörös gyökök, Horner-módszer, Bézout-tétel. Gyöktényezős alak, Viète-formulák, szimmetrikus polinomok.
7. **Polinomok számelmélete, irreducibilis polinomok.** Polinomok oszthatósága és maradékos osztása, euklideszi algoritmus. Az algebra alaptétele. Egyértelmű irreducibilis faktorizáció test feletti polinomgyűrűkben. Irreducibilis polinomok a komplex, a valós és a racionális együtthatós polinomok gyűrűjében. Algebrai és transzcendens számok, minimálpolinom.
8. **Mátrixok, determinánsok, lineáris egyenletrendszerek.** Mátrixok, műveletek mátrixokkal, mátrix inverze. Determináns, kifejtési tétel. Lineáris egyenletrendszerek megoldása, Gauss-elimináció, Cramer-szabály. Mátrix rangja, rangszám-tétel. Kronecker–Capelli-tétel.
9. **Vektorterek.** Vektortér, lineáris függetlenség, generátorrendszer, bázis, dimenzió, rang. Altér, alterek direkt összege, alterek dimenziótétele.
10. **Lineáris leképezések.** Lineáris leképezések és lineáris transzformációk. Lineáris leképezés mátrixa, magtér, képtér, rang, lineáris leképezések dimenziótétele. Sajátérték, sajátvektor, karakterisztikus polinom, minimálpolinom, Cayley–Hamilton-tétel.