

Sylow-tételek

(előadásvázlat, 2008. november 12.)

Maróti Miklós

Ennek az előadásnak a megértéséhez a következő fogalmakat kell tudni: **normalizátor**, **Frobenius-felbontás**.

Az előadáshoz ajánlott irodalom:

- Kiss Emil: *Bevezetés az absztrakt algebra*, Typotex Kiadó, 2007.
- Bálintné Szendrei Mária, Czédli Gábor, Szendrei Ágnes: *Absztrakt algebrai feladatok*, Polygon kiadó, 2005.

1. Tétel (Cauchy tétele). Legyen G véges csoport, p prím és $p \mid |G|$. Ekkor G -ben van p -edrendű elem (az $x^p = 1$ egyenlet megoldásainak száma p -nek többszöröse).

2. Következmény. Legyen G véges csoport, p prím és $p \mid |G|$. Ekkor a p -rendű részcsoportok száma kongruens 1-el modulo p .

3. Tétel (Ore tétele). Legyen p a $|G|$ legkisebb prímosztója. Ha $H \leq G$ olyan, hogy $|G : H| = p$, akkor $H \triangleleft G$.

4. Definíció. Legyen p prím. A G csoport **p -csoport**, ha rendje (nemtriviális) p hatvány. A $P \leq G$ részcsoport **p -Sylow részcsoport**, ha $|P| = p^k$, $p^k \mid |G|$, de $p^{k+1} \nmid |G|$.

5. Tétel (Sylow III. tétele). A G véges csoport p -Sylow részcsoportjai egymásnak konjugáltak.

6. Tétel (Frobenius tétele). Ha $p^m \mid |G|$, p prím, akkor G tartalmaz p^m rendű részcsoportot. Az ilyen részcsoportok száma $\equiv 1 \pmod{p}$.

7. Következmény (Sylow I. tétele). Ha p prím és $p \mid |G|$, akkor G tartalmaz p -Sylow részcsoportot. Kiegészítés: G minden p -részcsoportja benne van egy p -Sylow részcsoportban.

8. Következmény (Sylow II. tétele). G p -Sylow részcsoportjainak száma $\equiv 1 \pmod{p}$. Kiegészítés: G p -Sylow részcsoportjainak száma osztja G rendjét.

9. Állítás. Ha P p -Sylow részcsoport G -ben, akkor $N_G(N_G(P)) = N_G(P)$.