

Kis elemszámú csoportok

(előadásvázlat, 2008. november 7.)

Maróti Miklós

Ennek az előadásnak a megértéséhez a következő fogalmakat kell tudni: **normalizátor**, **Sylow-tételek**, **centrum**, **osztályegyenlet**, **szemidirekt szorzat**.

Az előadáshoz ajánlott irodalom:

- Kiss Emil: *Bevezetés az absztrakt algebra*, Typotex Kiadó, 2007.
- Bálintné Szendrei Mária, Czédli Gábor, Szendrei Ágnes: *Absztrakt algebrai feladatok*, Polygon kiadó, 2005.

1. **Állítás.** Véges p -csoport centruma nem triviális.
2. **Állítás.** Tetszőleges G csoportra $G/Z(G)$ vagy triviális (azaz G Abel-csoport) vagy nem ciklikus.
3. **Állítás.** Legyen p prím. Minden p^2 rendű csoport Abel-féle.
4. **Definíció.** Legyen p, q prím úgy, hogy $p \equiv 1 \pmod{q}$. Defináljuk

$$L_{p,q} = \{ \pi_{a,b} : a \in R_p, b \in \mathbb{Z}_p, a^q = 1 \}.$$

Ekkor $L_{p,q} \cong \mathbb{Z}_q \rtimes \mathbb{Z}_p$ valamilyen nemtriviális hatással.

5. **Tétel.** Legyen p, q prím, $p > q$. A pq rendű csoportok izomorfiától eltekintve:

- (1) $C_p \times C_q$, és
- (2) $L_{p,q}$, ha $p \equiv 1 \pmod{q}$.

6. **Tétel.** Az n -edrendű csoportok izomorfiától eltekintve ($n < 12$)

- (1) $n = 2, 3, 5, 7, 11$ esetén: C_n ;
- (2) $n = 4, 9$ esetén: C_{p^2} és $C_p \times C_p$ ahol $n = p^2$;
- (3) $n = 6$ esetén: C_6 és S_3 ;
- (4) $n = 8$ esetén: C_8 , $C_4 \times C_2$, $C_2 \times C_2 \times C_2$, D_4 és Q ;
- (5) $n = 10$ esetén: C_{10} és D_5 .