

2016. október 11. 14:00-15:40

1. Mi a maximális létezési intervalluma az alábbi kezdetiérték-problémák megoldásának?

A: $x' = x(5 - x)^2$; $x(1) = 2$.

B: $x' = (1 - \cos x)^3 + (3t - 5t^2)x^2$; $x(0) = 0$.

C: $x' = -x^2$; $x(0) = 2$.

(Az A, B esetekben a megoldás megadása nélkül is lehet választ adni.)

2. Adjuk meg az általános megoldást!

a: $x' = \frac{t}{x} + \frac{x}{t}$.

b: $t^3 x' = t^2 x - x^3$.

3. Egy tányér leves hőmérséklete kezdetben 100°C . A 20°C -os szobahőmérsékleten 10 perc alatt hűl le 60°C -ra. Mennyi idő múlva lesz 25°C -os?

4. Oldjuk meg:

$$x' = (1 + x^2)e^t, \quad x(0) = 0.$$

Hol van értelmezve a megoldás?

5. A 10 liter (kezdetben tiszta) vizet tartalmazó edénybe literenként 0.3 kg sót tartalmazó oldat folyik be folyamatosan 2 liter/perc sebességgel. Az edénybe belépő folyadék összekeveredik a vízzel, és a keverék ugyanolyan sebességgel kifolyik az edényből. Mennyi só lesz az edényben 5 perc múlva?

6. Mik az alábbi egyenlet egyensúlyi helyzetei? Rajzoljuk a fázisegyeneseket az $a \in [0, 4\pi]$ értékekre!

$$x' = -x + a \sin x$$