

Beadás: 2016. november 8. 14 óra (gyakorlaton)

1. Az alábbi rendszerek esetén adjuk meg az általános megoldást, rajzoljuk a fázisképet, oldjuk meg a kezdetiérték-problémát, és ábrázoljuk a kezdetiérték-probléma $x_1(t)$ és $x_2(t)$ komponenseit!

(a):

$$x' = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} x, \quad x(0) = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

(b):

$$x' = \begin{pmatrix} -3 & 6 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} x, \quad x(0) = \begin{pmatrix} -7 \\ 7 \end{pmatrix}$$

(c):

$$x' = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} x, \quad x(0) = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(d):

$$x' = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} x, \quad x(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

2. Tekintsük az

$$x' = \begin{pmatrix} -4 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 5 & -5 & 0 \end{pmatrix} x$$

rendszert. Az együttható mátrixnak $(1, 1, 0)$ sajátvektora. Mi az általános megoldás? Rajzoljuk a fázisképet!

3. Tekintsük az

$$x' = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} x$$

egyenletet.

(i): Adjuk meg az általános megoldást!

(ii): Rajzoljuk a fázisképet!

(iii): Adjuk meg az $x(0) = (1, 1, 0)$ és az $x(0) = (0, 0, 1)$ kezdeti feltételeket kielégítő megoldásokat! Rajzoljuk a fázistérben őket!

4. Oldjuk meg!

$\frac{d^2y}{dt^2} + 5\frac{dy}{dt} + 6y = 0$ $y(0) = 0, y'(0) = 2$	$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\frac{dy}{dt} + 5y = 0$ $y(0) = 3, y'(0) = -1$
$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\frac{dy}{dt} + y = 0$ $y(0) = 1, y'(0) = 1$	$\frac{d^2y}{dt^2} + 2y = 0$ $y(0) = 3, y'(0) = -\sqrt{2}$

5. Adjuk meg az általános megoldást!

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 6\frac{dy}{dt} + 8y = e^{-t}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} - 2\frac{dy}{dt} - 3y = e^{3t}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 6\frac{dy}{dt} + 8y = 5$$

6. Adott 8 másodrendű egyenlet és 4 $y(t)$ -grafikon. Határozzuk meg, hogy egy adott $y(t)$ melyik egyenletnek a megoldása! Indokoljuk! (Nem feltétlenül kell megoldani az egyenleteket.)

- | | |
|--|---|
| (i) $\frac{d^2y}{dt^2} + 16y = 0$ | (ii) $\frac{d^2y}{dt^2} + 5\frac{dy}{dt} + y = 5 \cos 2t$ |
| (iii) $\frac{d^2y}{dt^2} + 5\frac{dy}{dt} + y = 5 \cos 4t$ | (iv) $2\frac{d^2y}{dt^2} - \frac{dy}{dt} + 10y = 0$ |
| (v) $2\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} + 10y = 0$ | (vi) $\frac{d^2y}{dt^2} + 3y = \cos 11t$ |
| (vii) $\frac{d^2y}{dt^2} + 9y = 0$ | (viii) $\frac{d^2y}{dt^2} + 11y = \cos 3t$ |

