

Beadás: 2016. szeptember 27. 14 óra (gyakorlaton)

1. Sherlock Holmes és asszisztense, dr. Watson a színész, Cornelius McHam meggyilkolását vizsgálják. McHam-et fejbe lőtték, és kollégáját, Barry Moore-t a holttest mellett találták 22:06-kor, kezében a gyilkos fegyverrel. Watson szerint ez tiszta ügy: Moore a gyilkos. Holmes szerint — alkalmazva a Newton-féle lehűlési törvényt — biztosan nem. A test hőmérséklete 22:06-kor $30^\circ C$ volt, 1 órával később pedig $25^\circ C$. Moore színpadon volt 20:00 és 21:30 között. Honnan tudta Holmes, hogy Moore ártatlan?

2. Adjuk meg az alábbi egyenletek általános megoldását!

(1)

$$t(\cos x)x' - 2xx' + t + \sin x = 0.$$

(2)

$$x' = \frac{-2 - xe^{tx}}{-2x + te^{tx}}$$

3. Tegyük fel, hogy $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ folytonos, lokálisan Lipschitz folytonos x -ben, és $f(t, 0) = 0$ minden t -re. Legyen $x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$ az $\dot{x} = f(t, x)$ egyenlet olyan megoldása, amelyre $x(0) \neq 0$. Mutassuk meg, hogy $x(t) \neq 0$ minden t -re!

4. Mutassuk meg, hogy az

$$\dot{x} = \begin{cases} x \log |x| & \text{ha } x \neq 0 \\ 0 & \text{ha } x = 0 \end{cases}$$

egyenletnek az $x(0) = 0$ kezdeti feltétel mellett egyetlen megoldása van!