Komplex dinamikus rendszerek vizualizációja a XaoS fraktálkészítő programmal

Kovács Zoltán
Szegedi Tudományegyetem
Bolyai Intézet, Analízis Tanszék

Komplex (diszkrét) dinamikus rendszer

Olyan f függvény, mely $\mathbb{C}$-t $\mathbb{C}$-be viszi.

Példák: $z \to z^2$, $z \to \sin z$.

Paraméteres komplex dinamikus rendszer

Olyan f_p függvény, mely $\mathbb{C}$-t $\mathbb{C}$-be viszi.

Példák: $z \to z^2+p$, $z \to \sin pz$.

Pálya

Adott $f_p : \mathbb{C}\to\mathbb{C}$ paraméteres komplex dinamikus rendszerhez definiált sorozat, amely a $(p,z)\in\mathbb{C}^2$ párhoz az $f(p,z)$, $f(f(p,z),z)$, $f(f(f(p,z),z),z)$, ... sorozatot rendeli.

Pálya

Példa: ha $f_p(z)=zp$, akkor a (c,i) párhoz a ci, $-c$, $-ci$, c, ... sorozat tartozik, ezt nevezzük a (c,i) párhoz tartozó pályának.

Mandelbrot-típusú halmaz

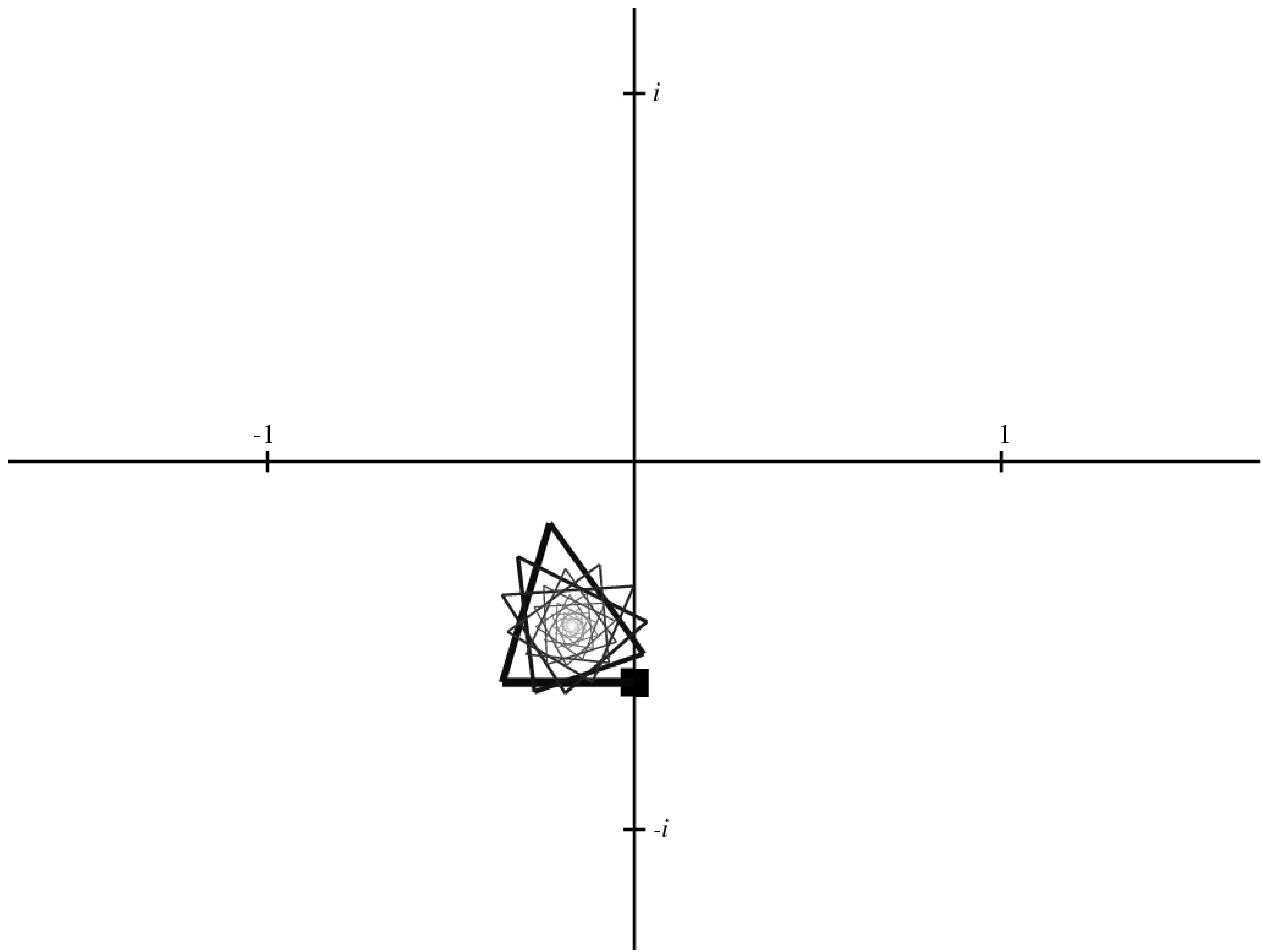
Legyen adott egy f_p paraméteres komplex dinamikus rendszer és egy *p* komplex konstans, s tekintsük azon *z* számokat, melyekre a (*p*,*z*)-pálya korlátos. Ezek összességét $M_{f,p}$-vel jelöljük.

Mandelbrot-típusú halmaz

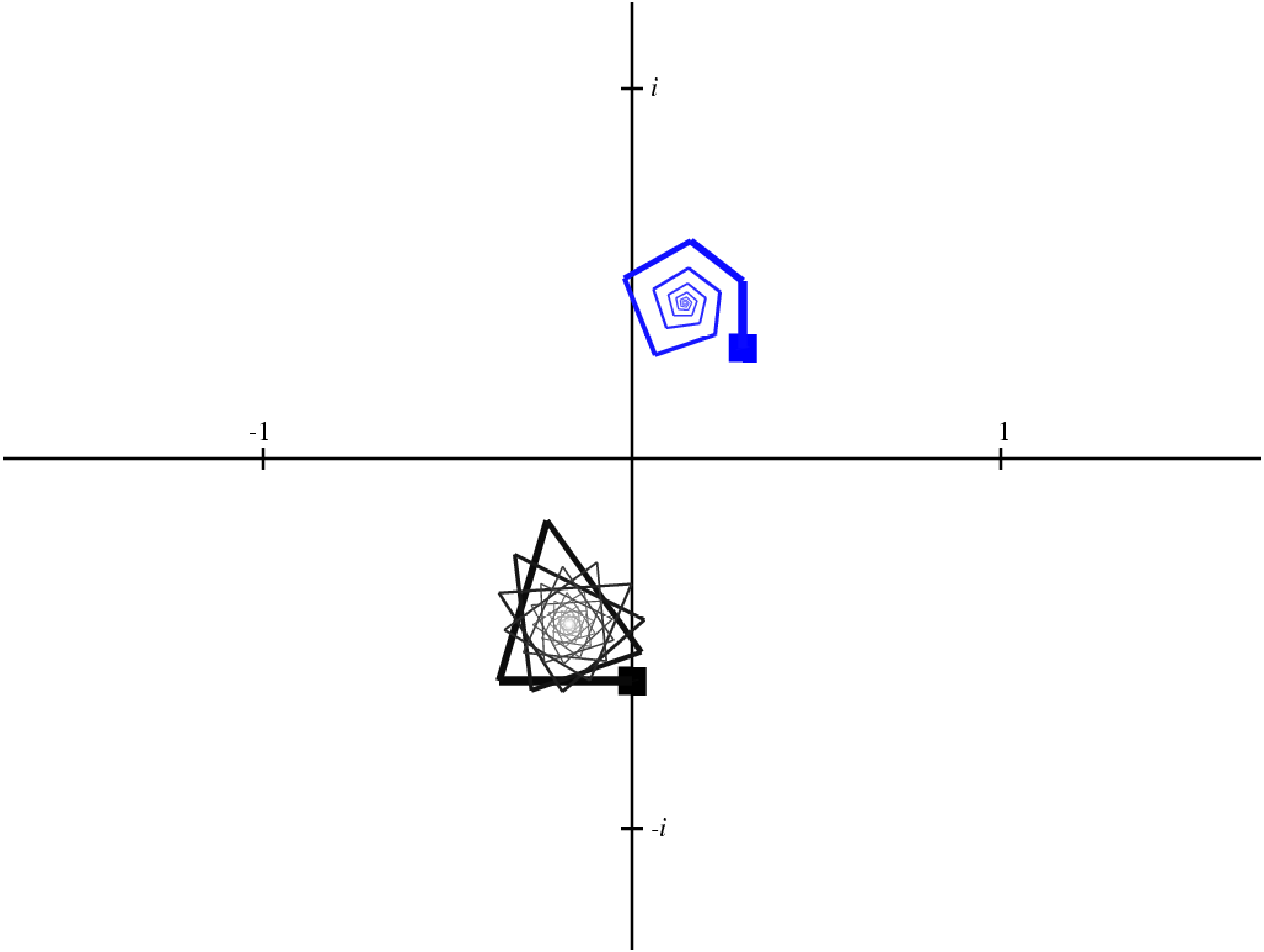
Példa: ha $f(p,z)=p^2+z$ és $p=0$, akkor a (p,z)-pálya a z, z^2+z, $(z^2+z)^2+z$, $((z^2+z)^2+z)^2+z$, ... sorozat. Ekkor nyilván $0\in M_{f,0}$, de $1\notin M_{f,0}$.

(n-edrendű) Mandelbrot-halmaz

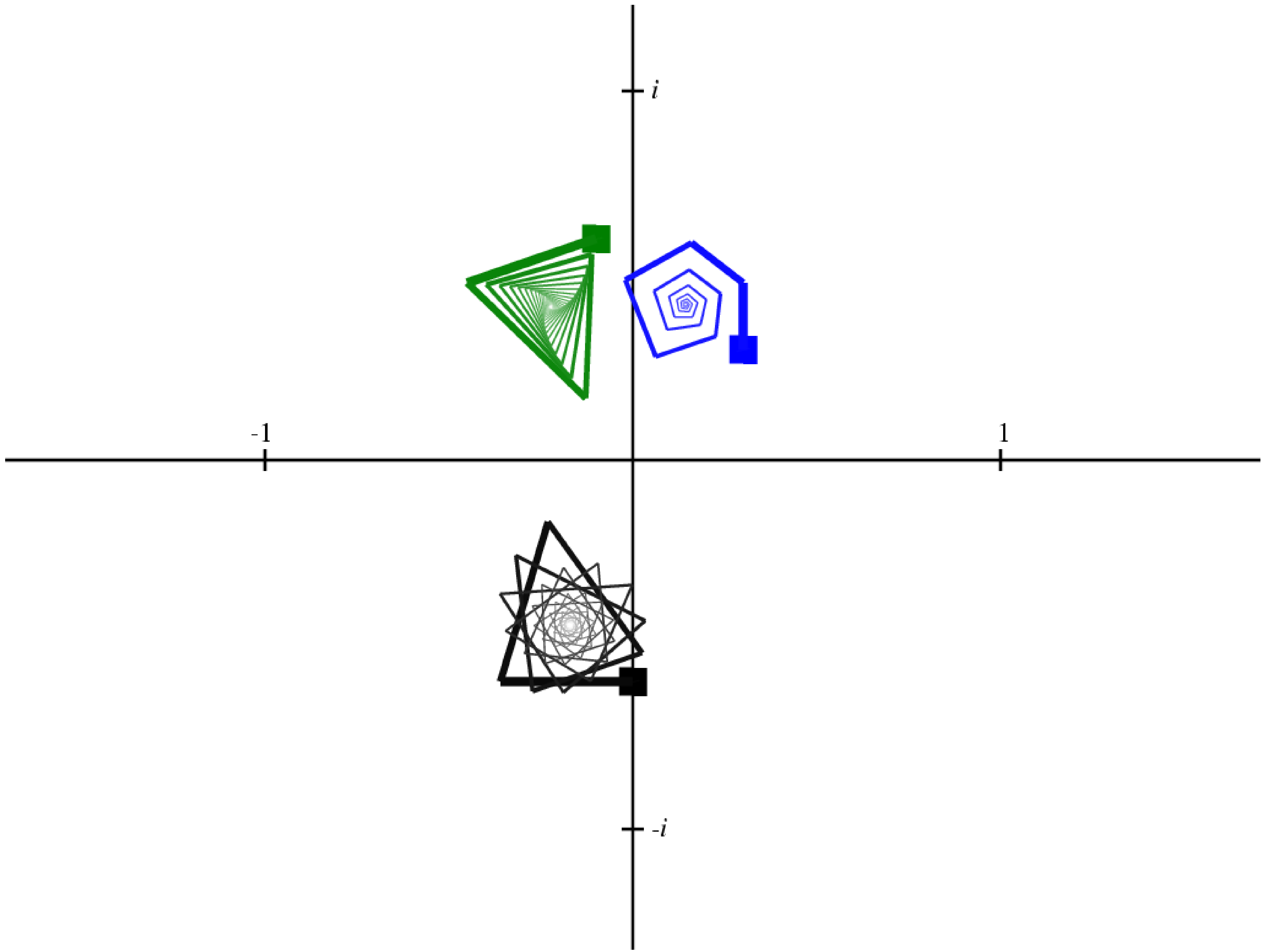
Olyan Mandelbrot-típusú halmaz, amelynél $f(p,z)=p^n+z$. A p paraméter neve: perturbáció (alapértelmezésben 0). Az eredeti Mandelbrot-halmaz másodrendű.



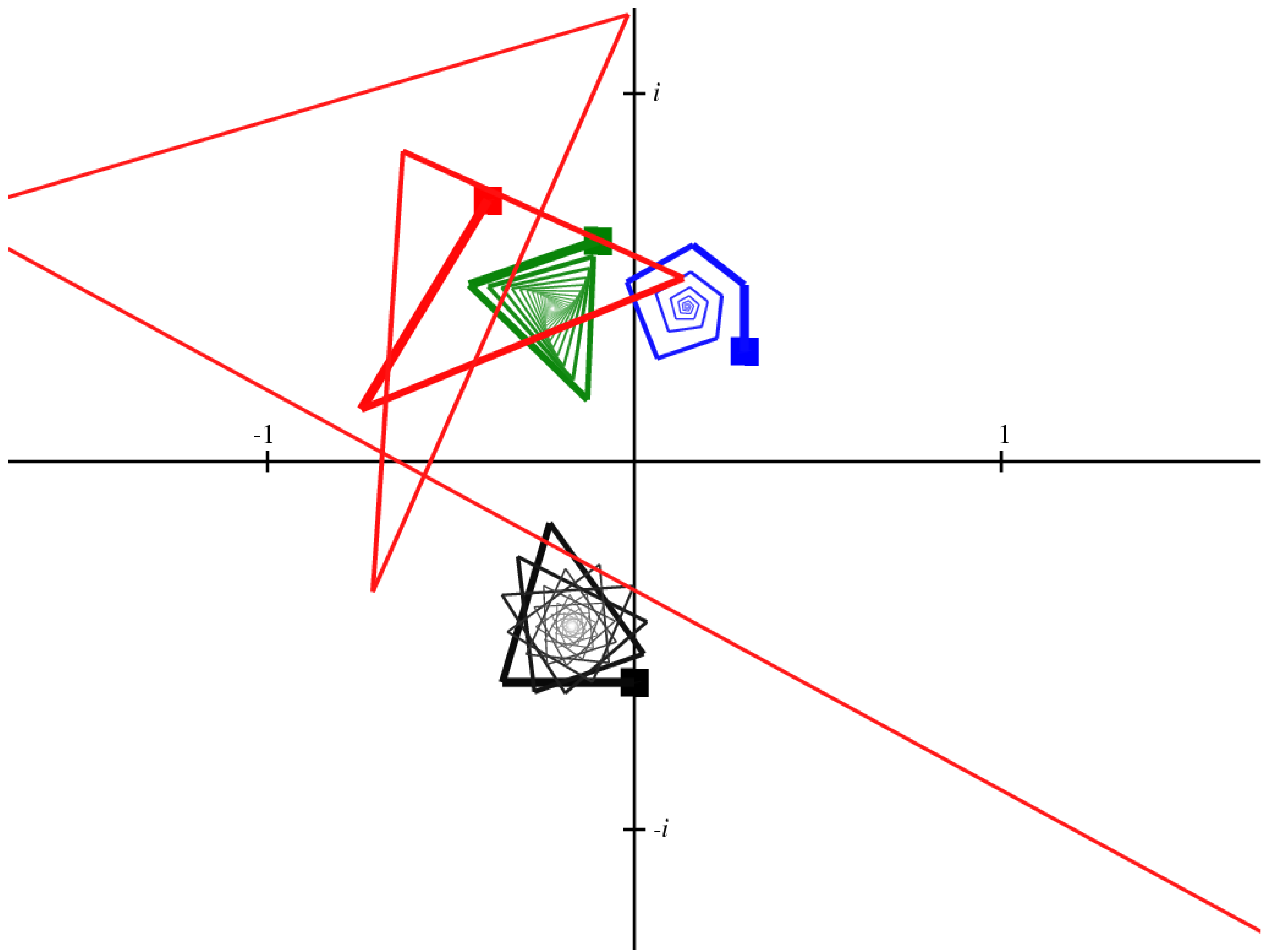
i
-1
1
-i



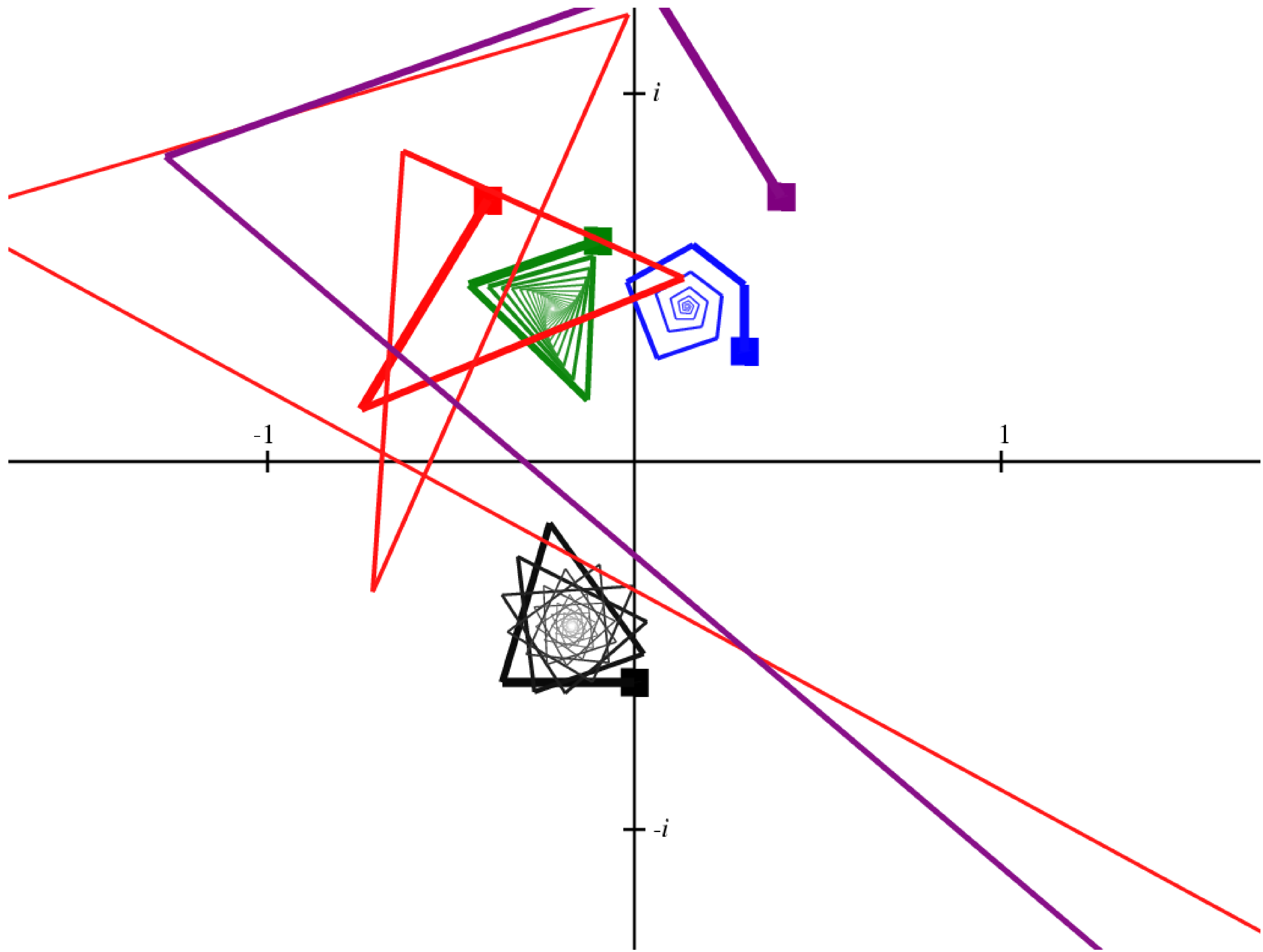
i
-1
1
-i



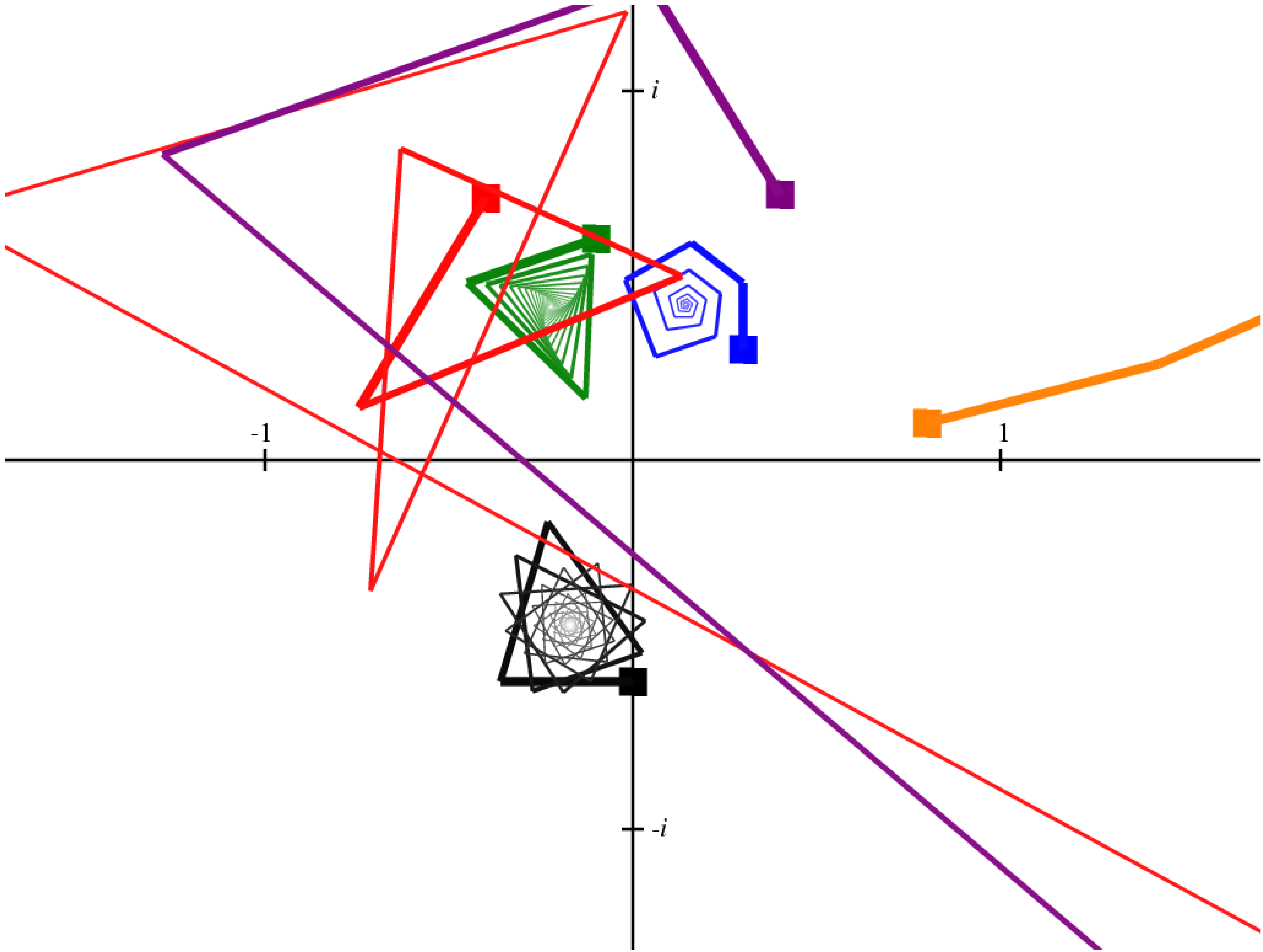
i
-1
1
-i



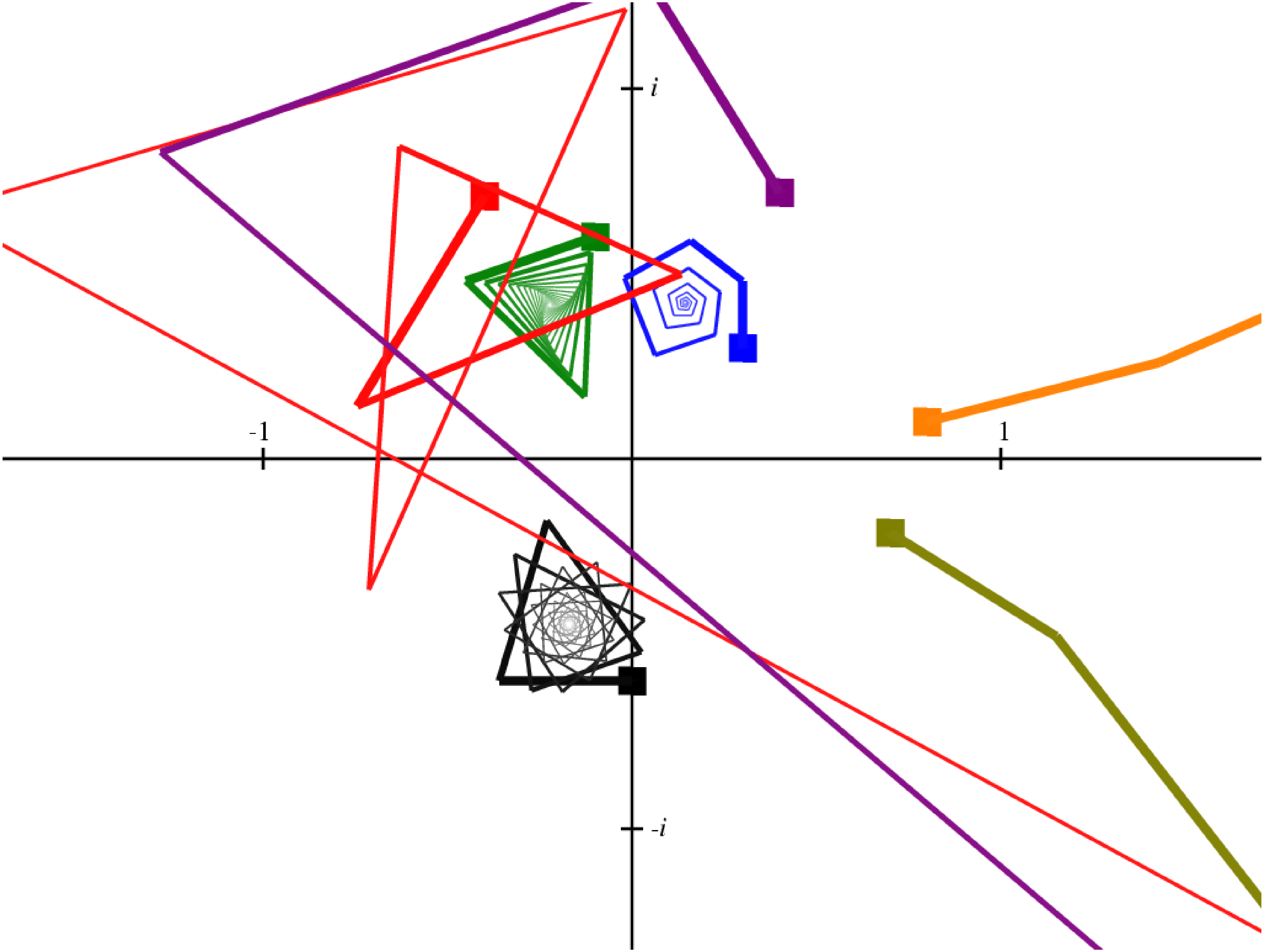
i
-1
1
-i

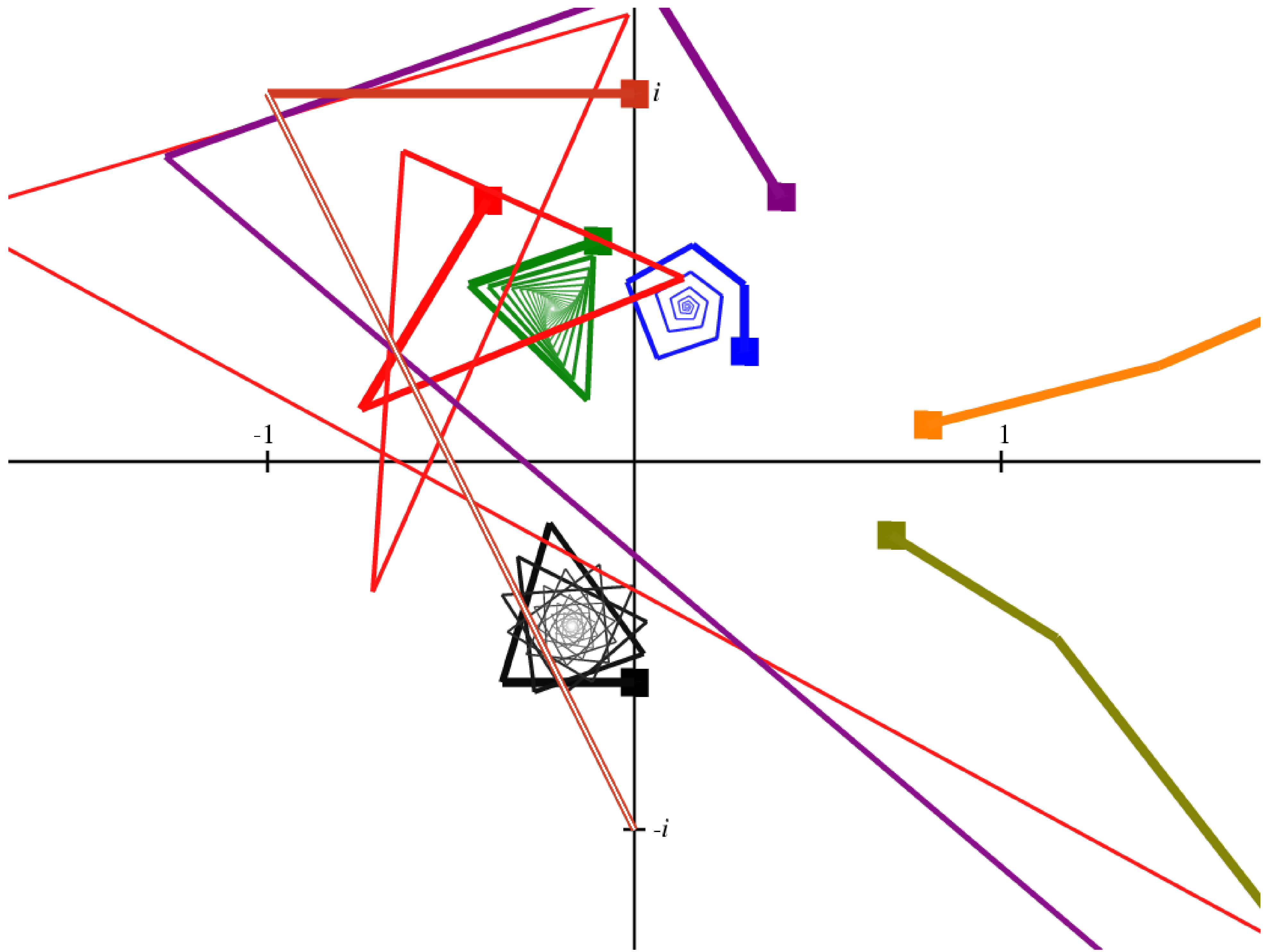


i
-1
1
-i

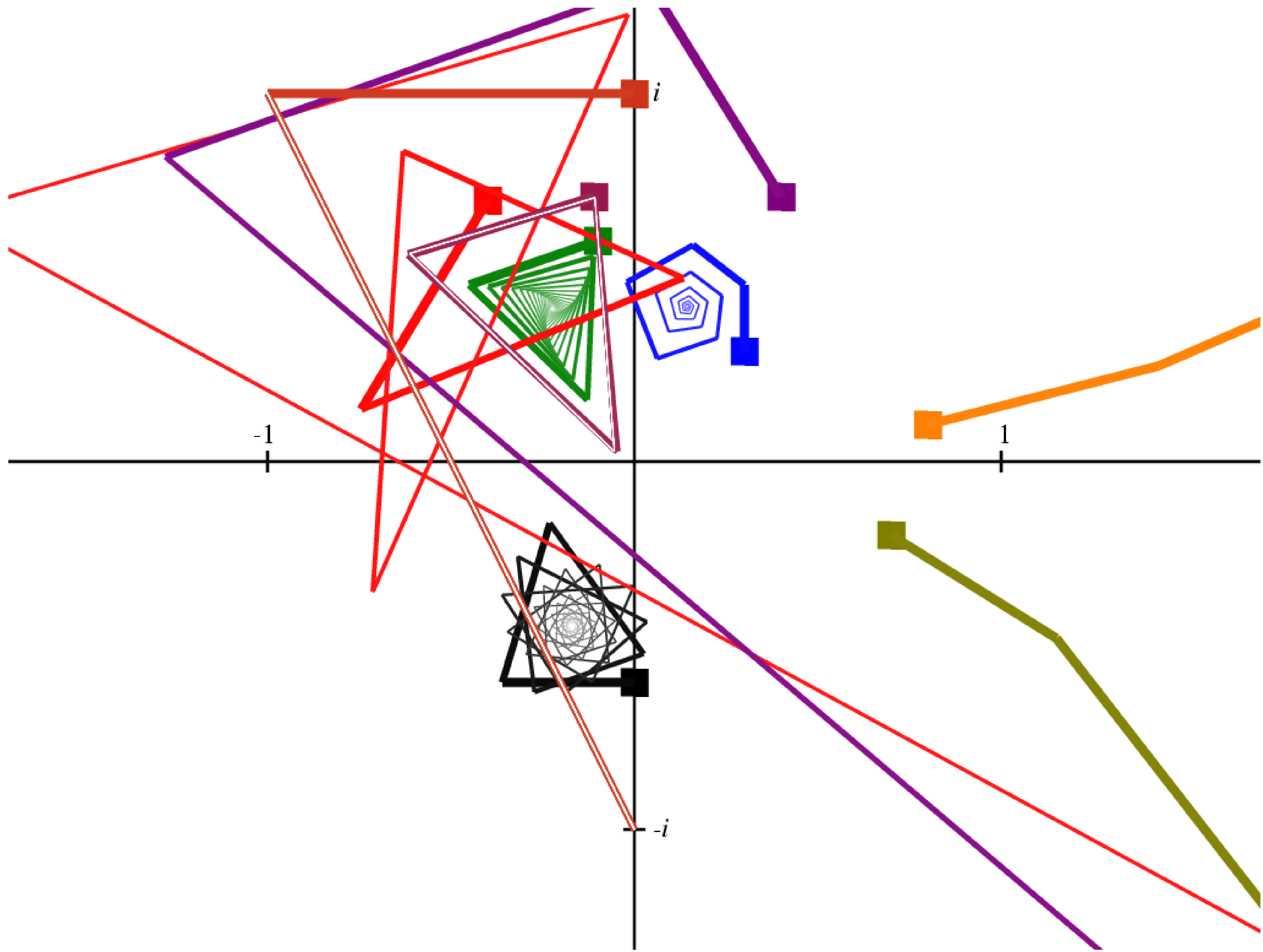


i
-1
1
-i

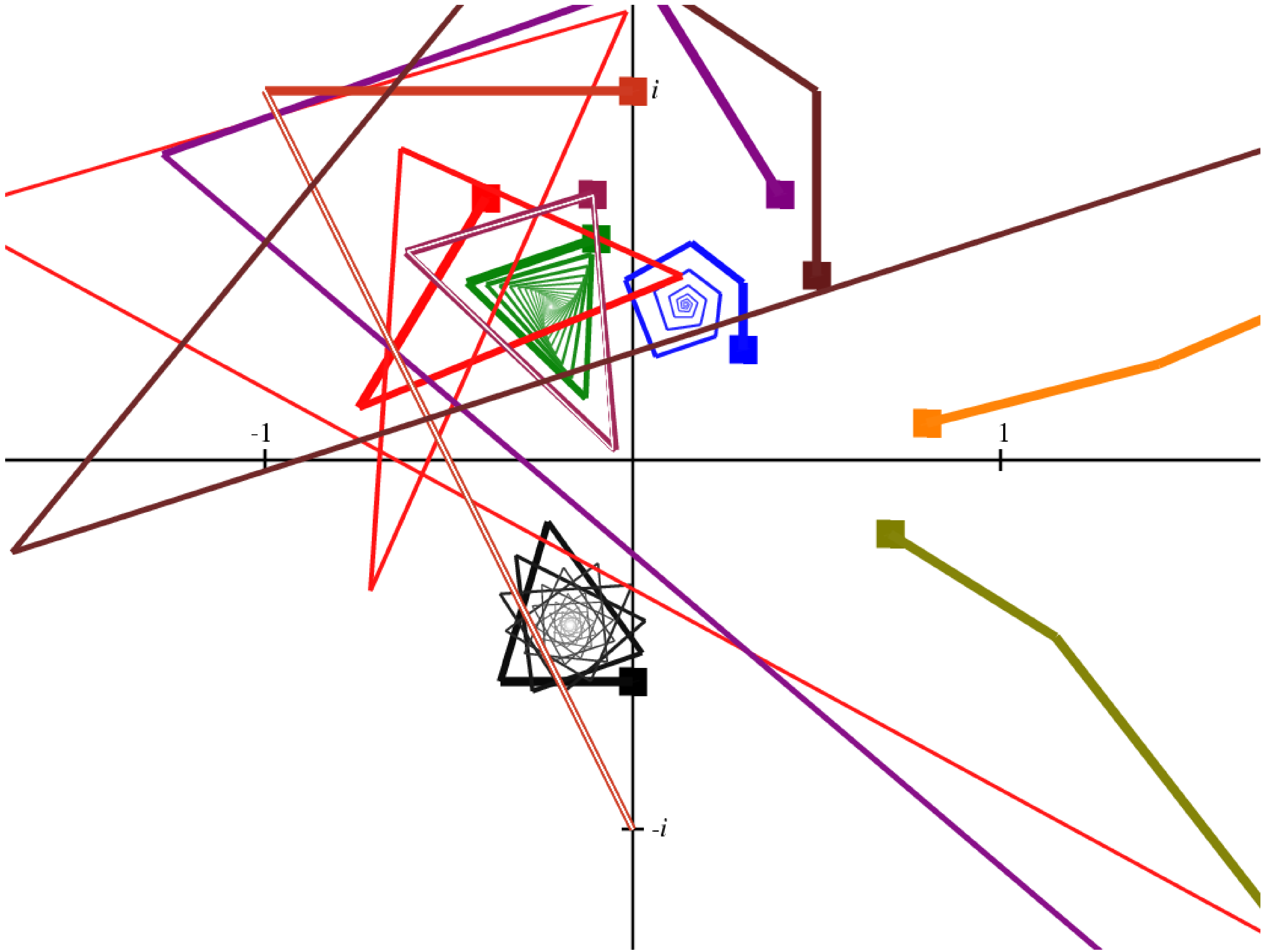

i
-1
1
-i

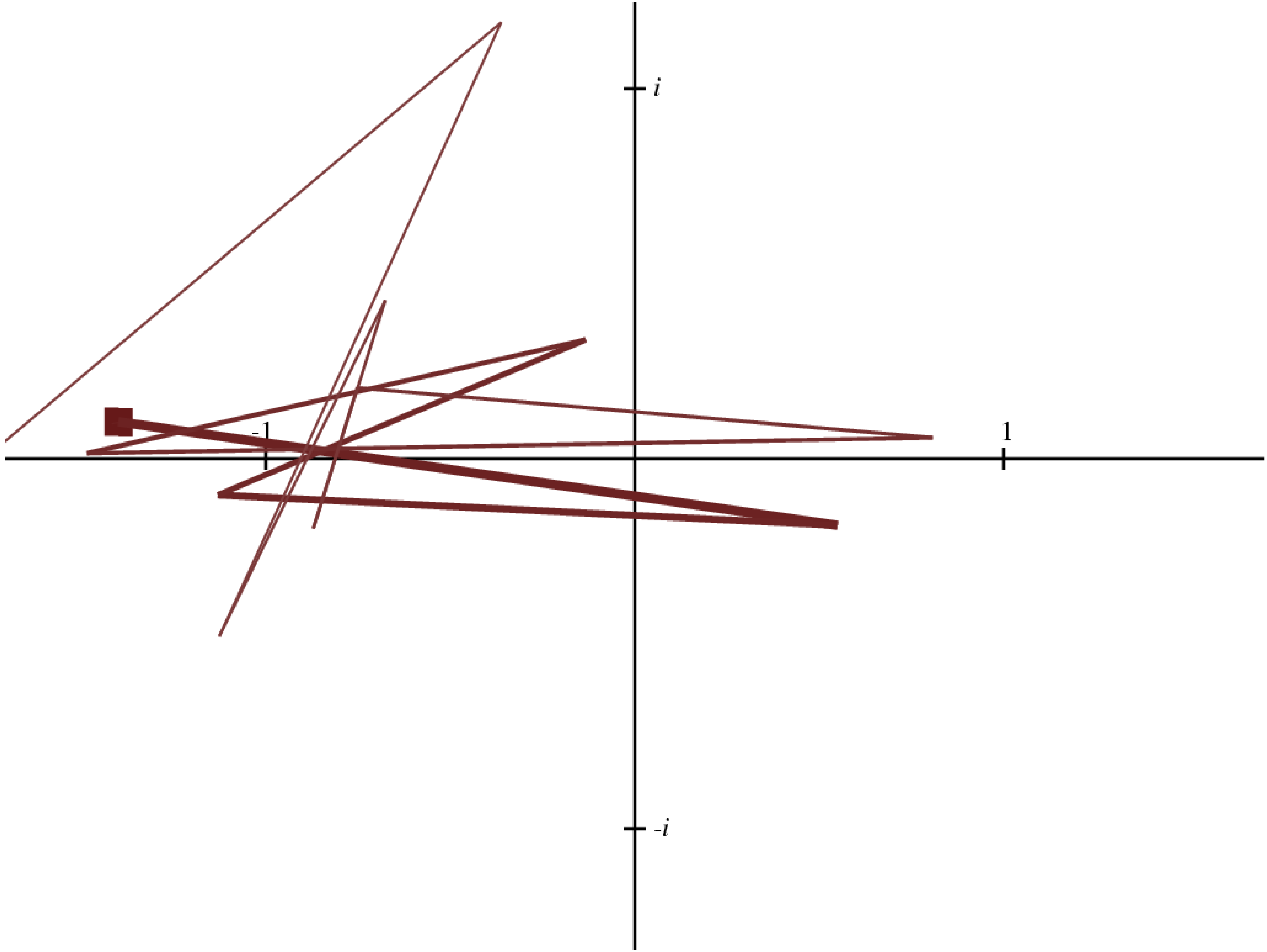


i
-1
1
$-i$

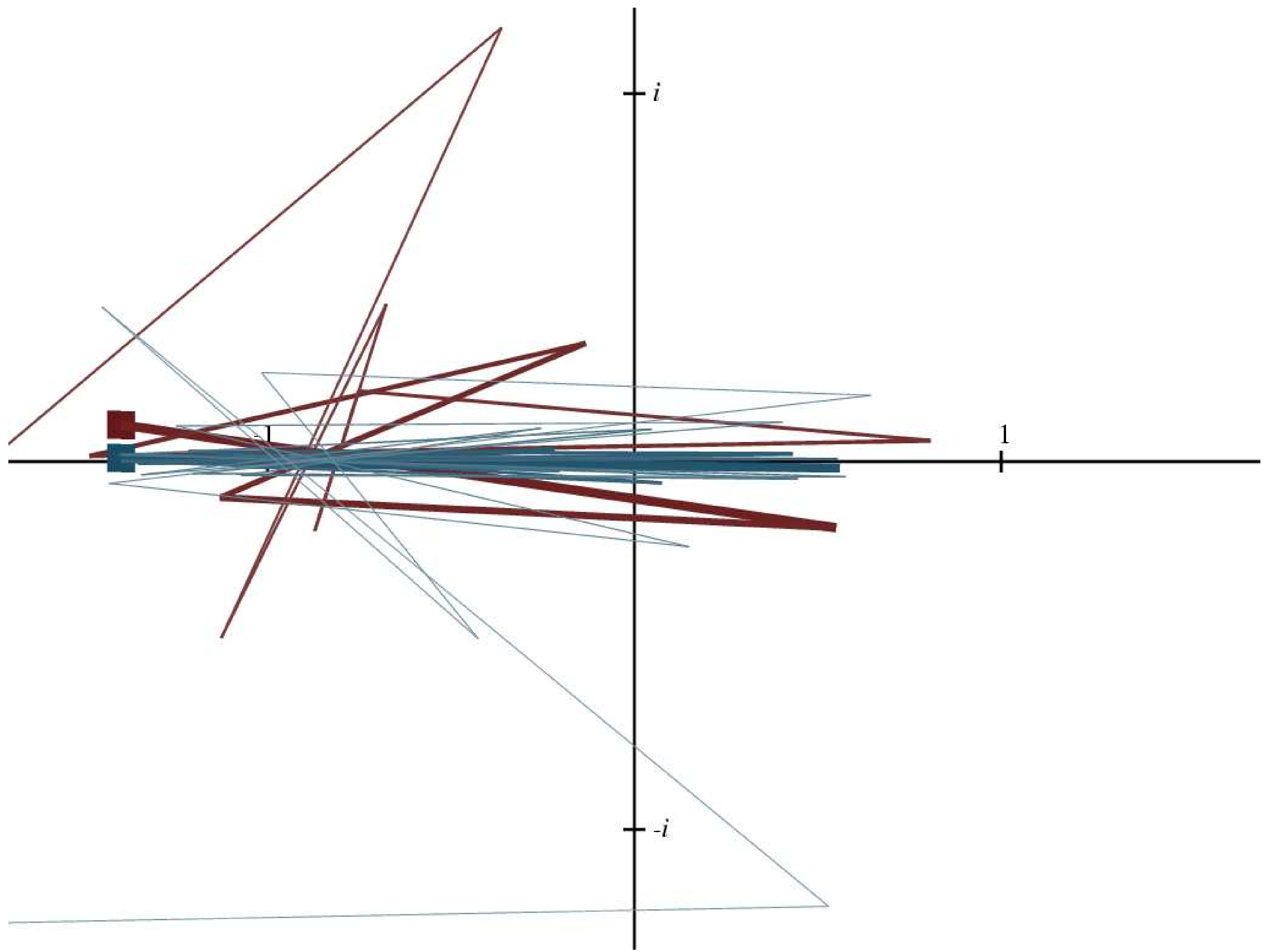


i
-1
1
-i

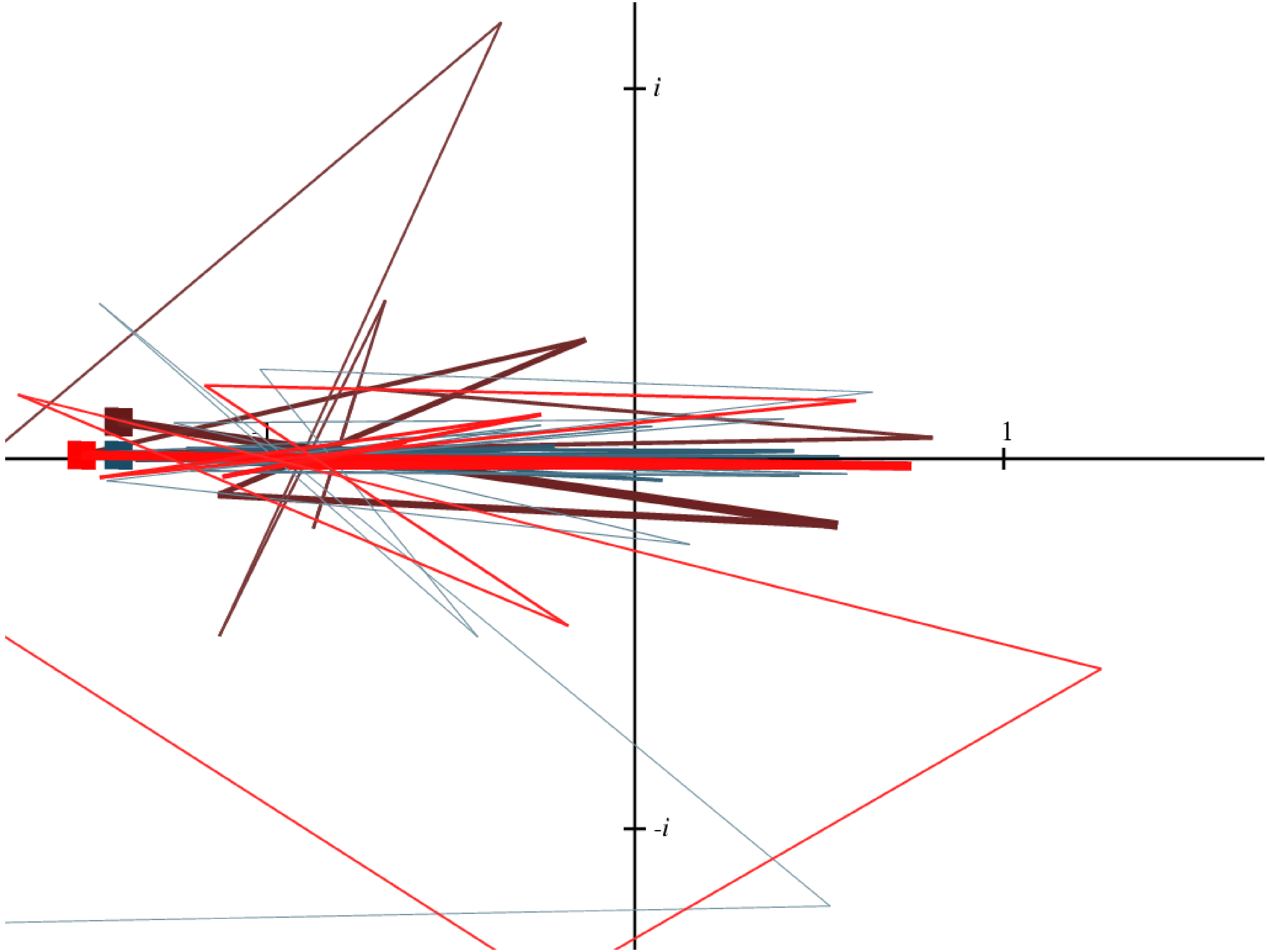

i
-1
1
-i



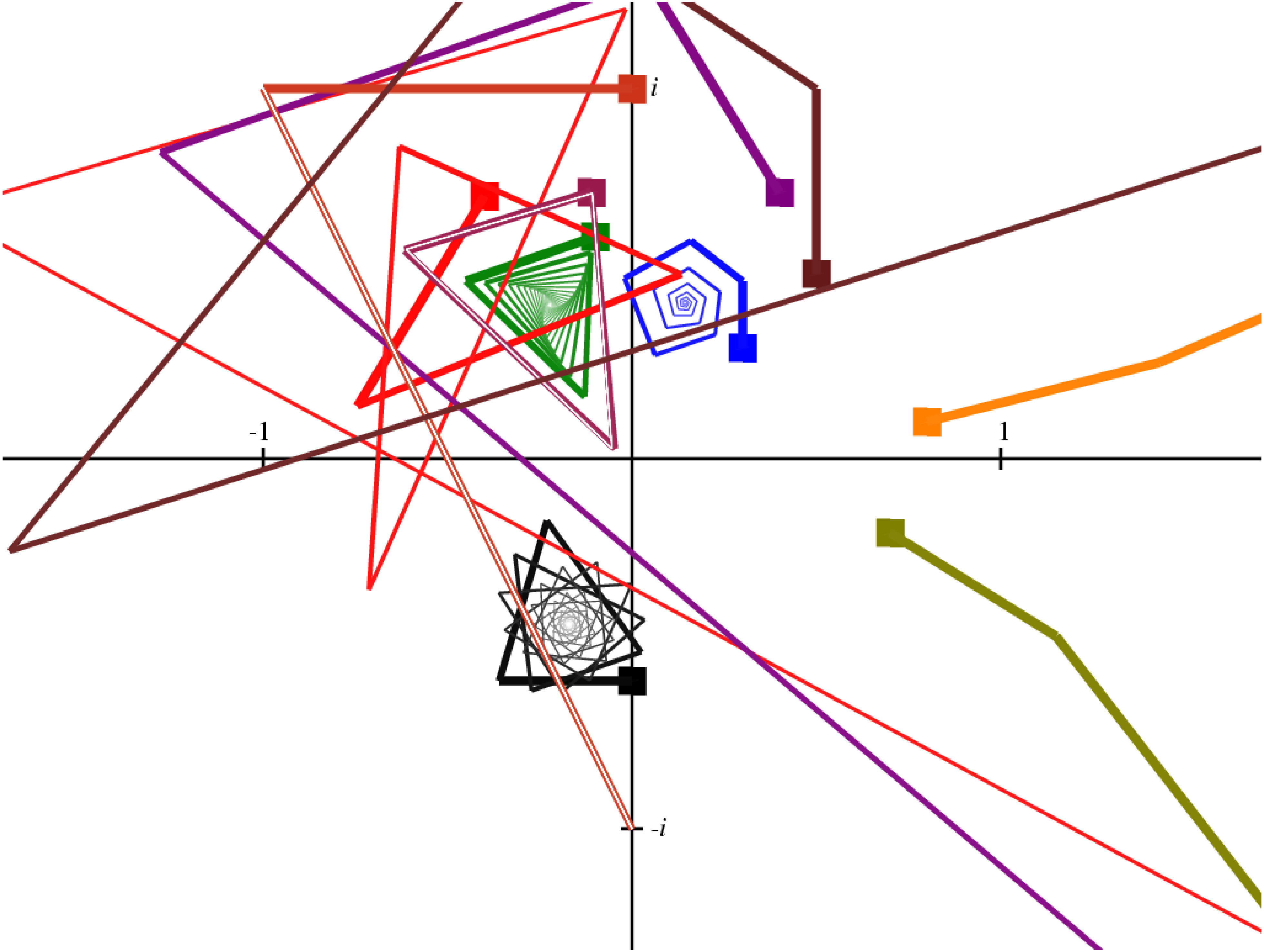
i
-1
1
-i

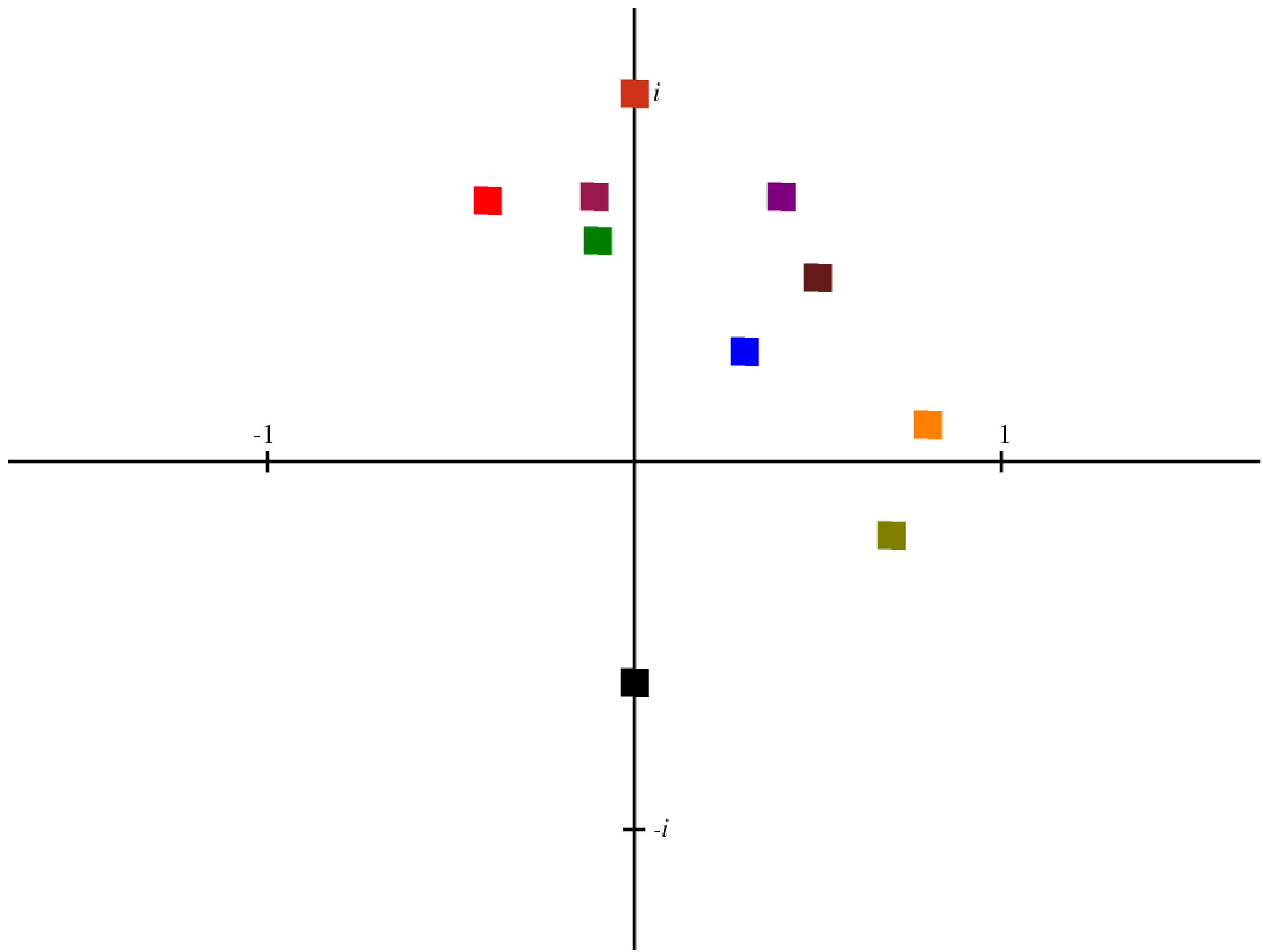


i
-1
1
-i

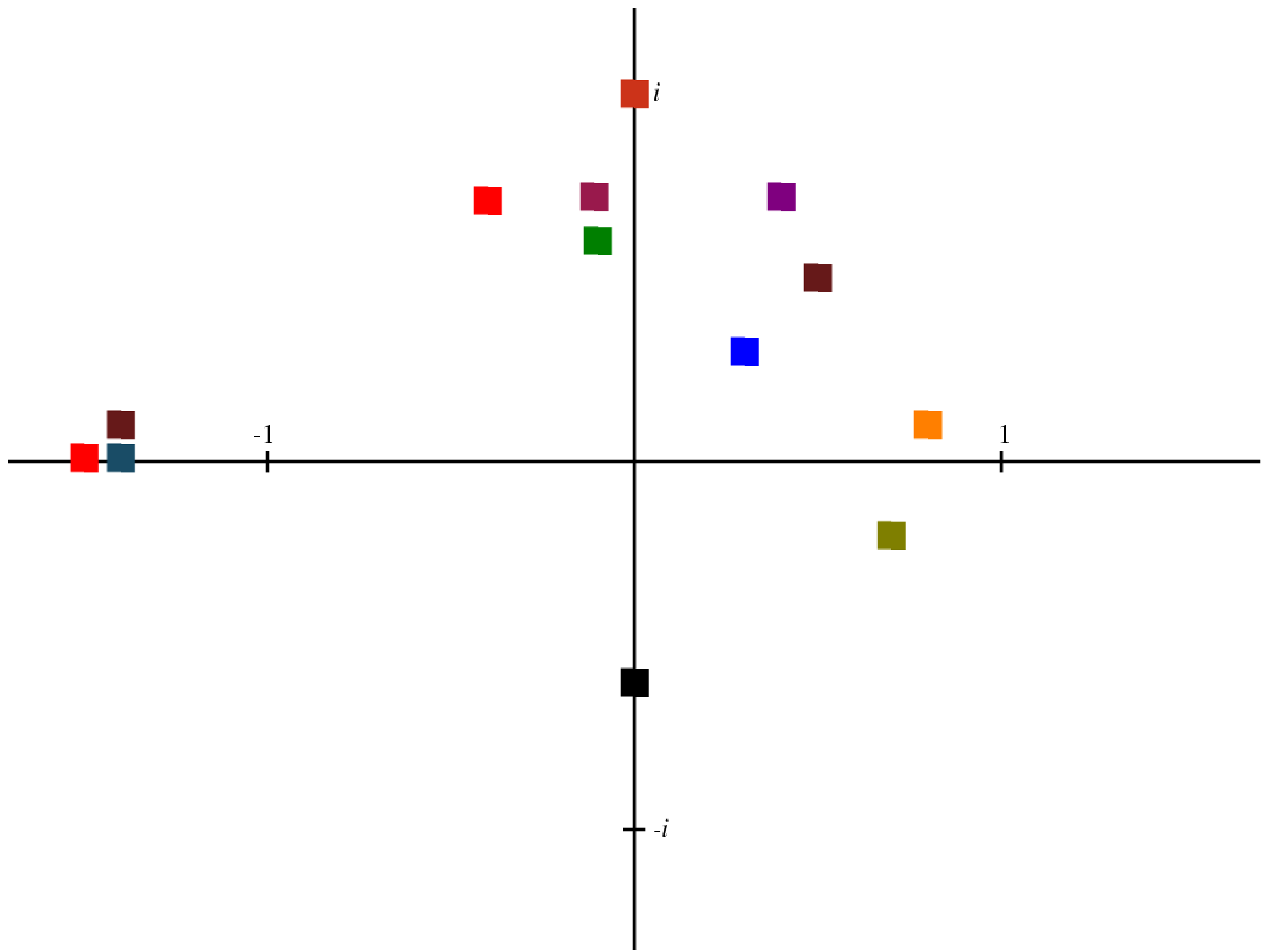


i
1
-i

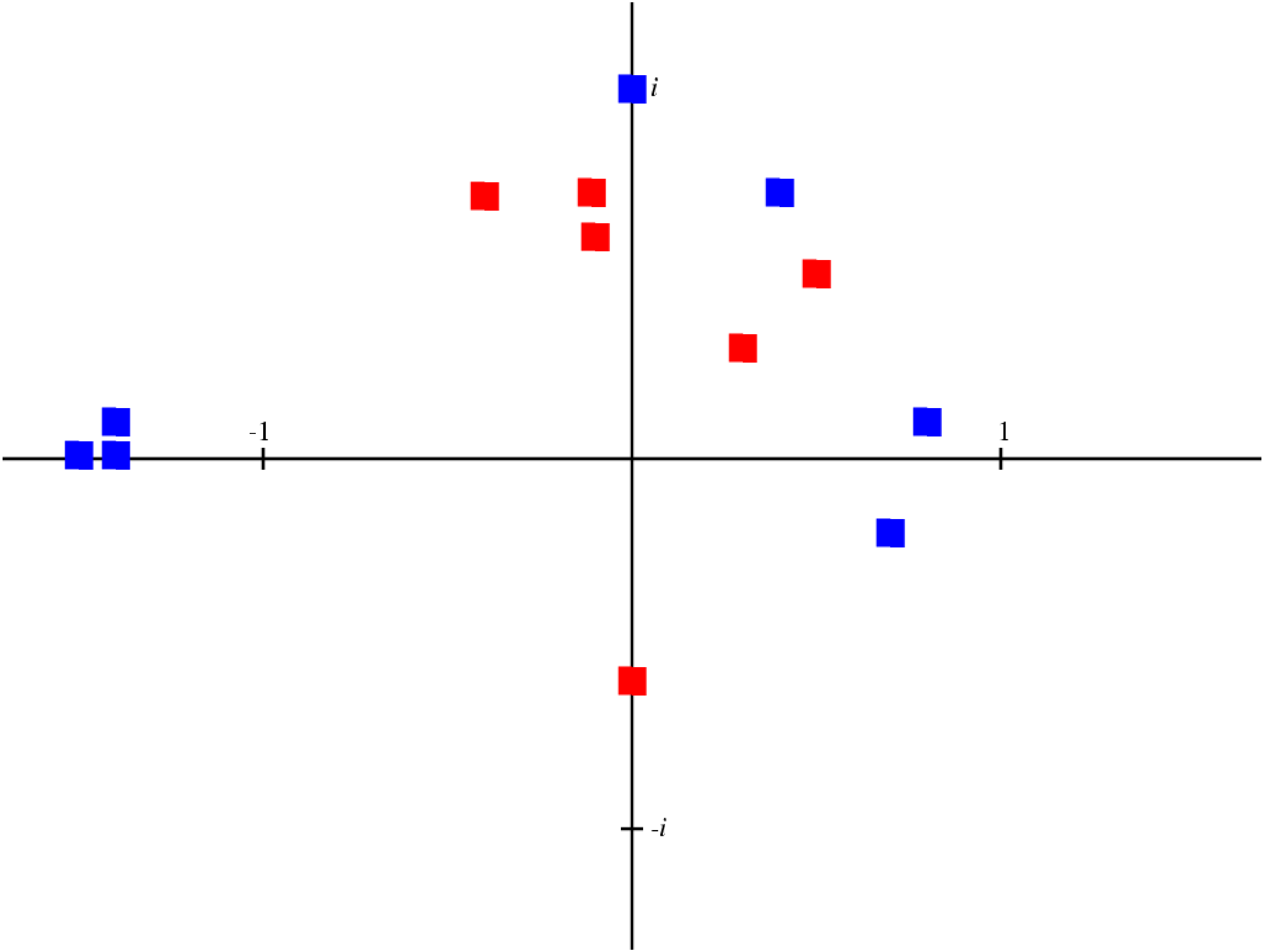

i
-1
1
-i



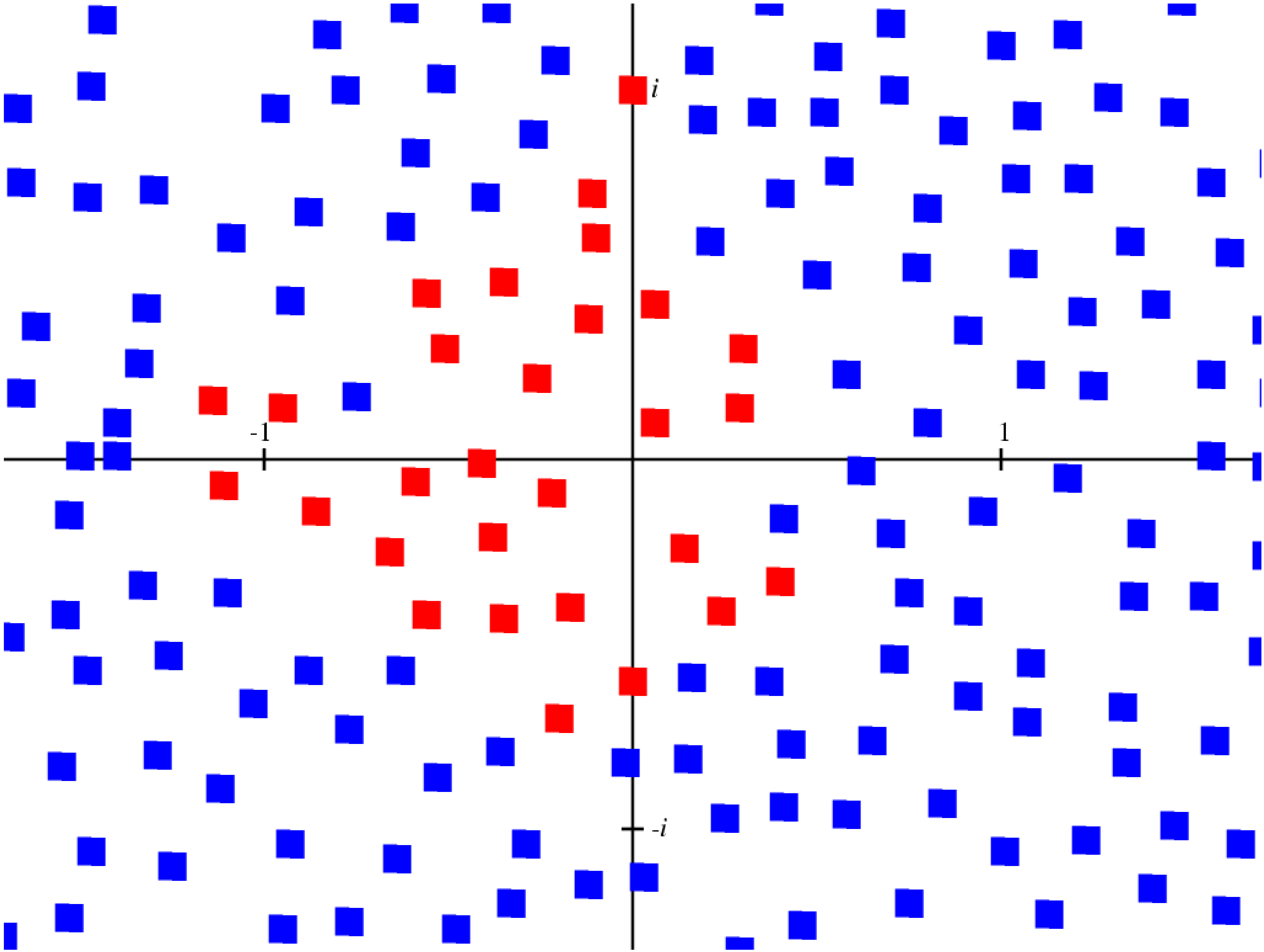
i
-1
1
-i

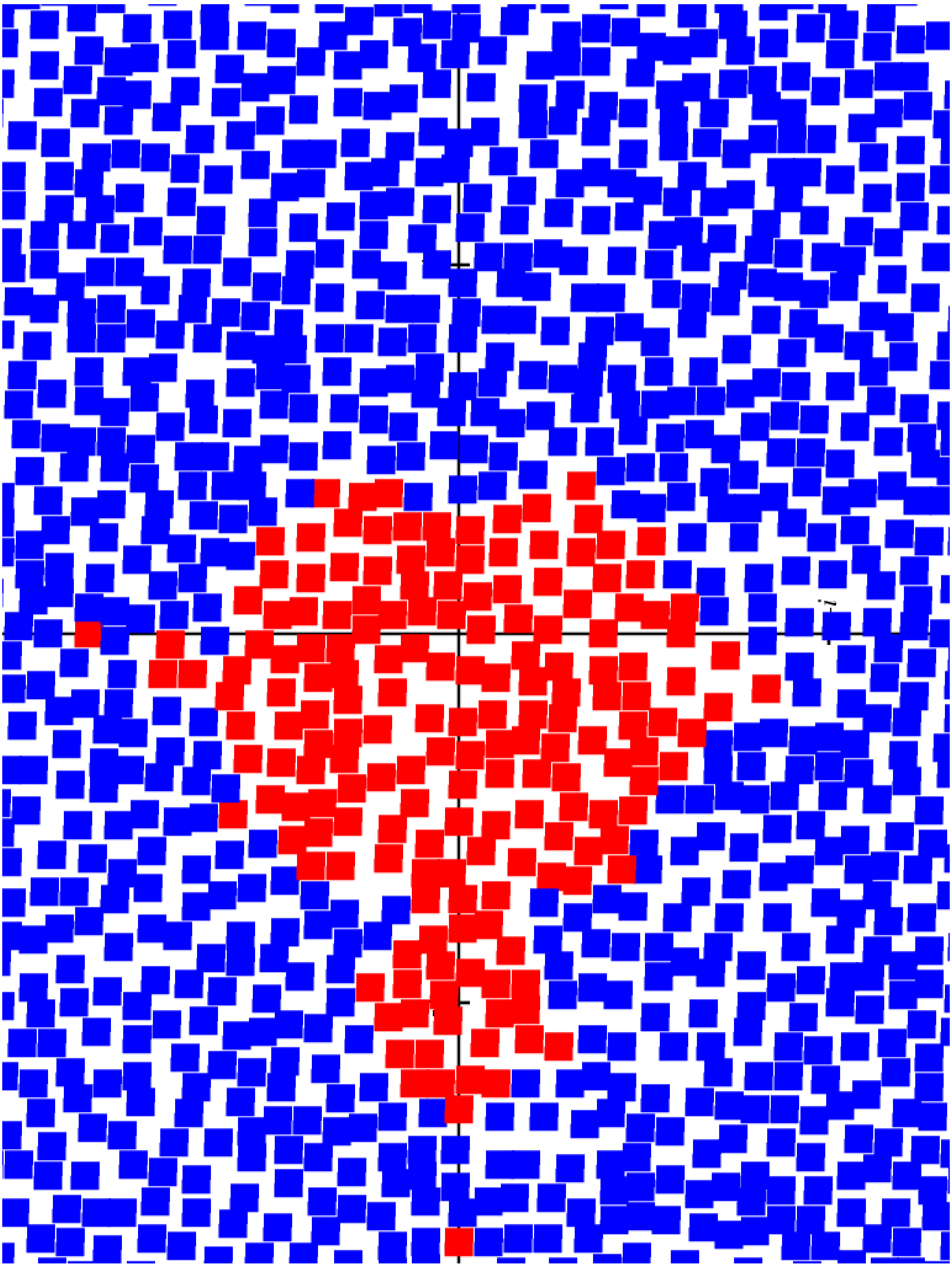


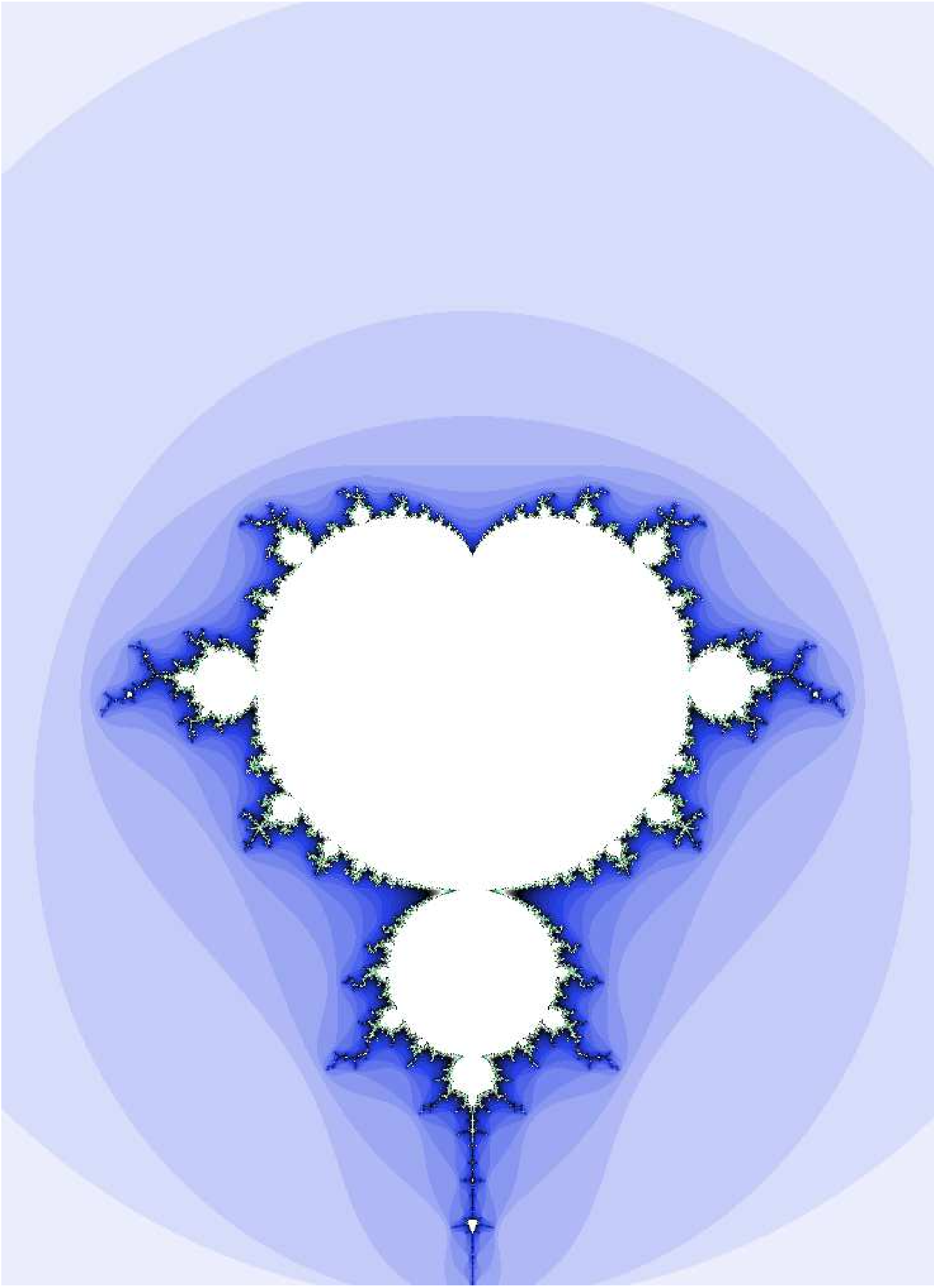
i
-1
1
-i

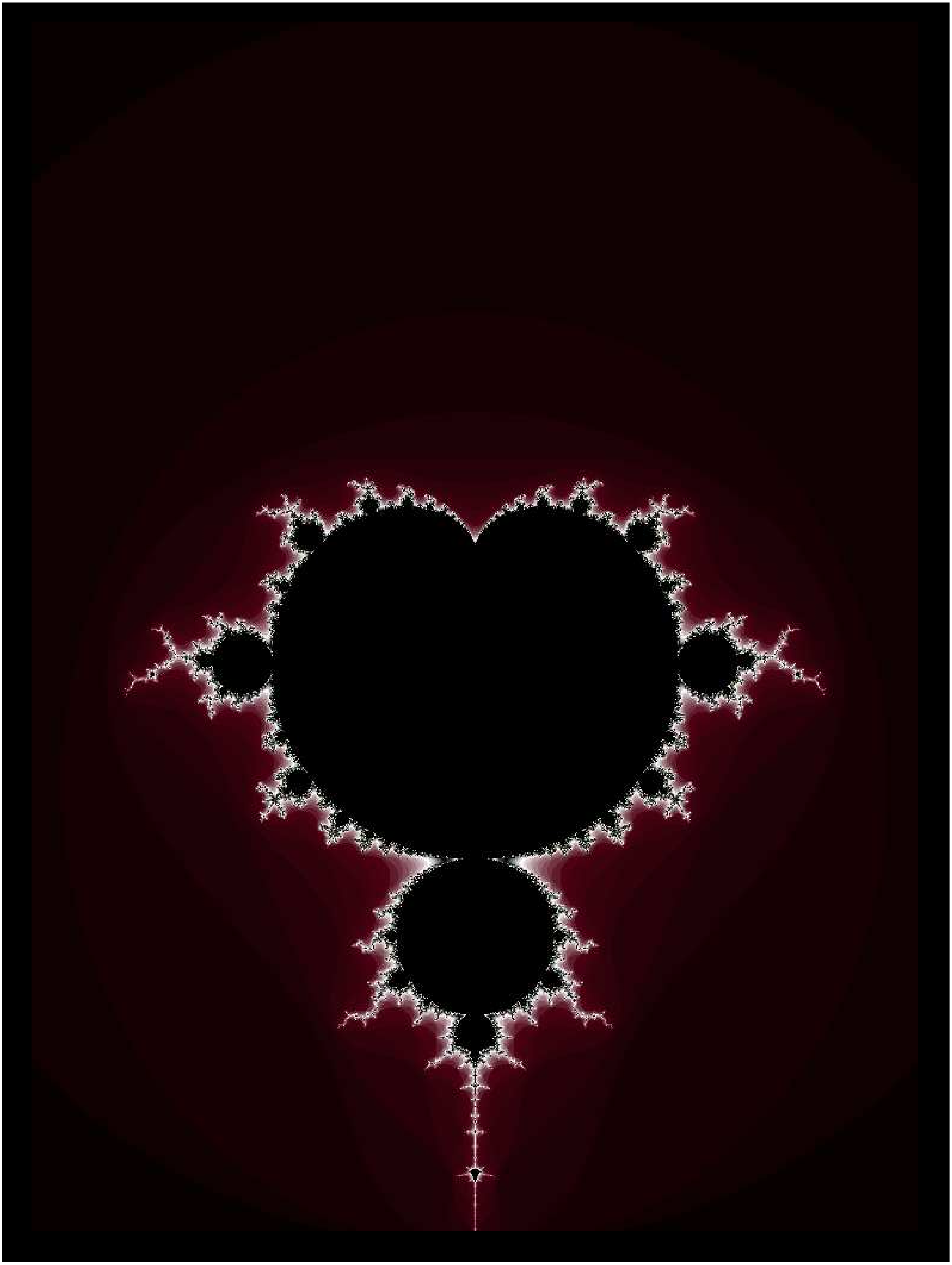


i
-1
1
-i


i
-1
1
-i







A XaoS program

Elsődleges szerzők:
Jan Hubicka, Thomas Marsh

A fejlesztés időszaka: 1996-2003

Programozási nyelv: GNU C (gcc)

Hozzáférhetőség (ingyenes):
Windows, Linux, DOS, Macintosh,
Mac OS X, FreeBSD, OS/2, BeOS, ...

A XaoS program

Társszerzők száma: 20

A szabad matematikai szoftverek világranglistáján (SourceForge): 27.

A fraktálrajzoló szoftverek között: 1-2.

Különleges képességek:

valós idejű ráközelítés (akár 486-oson is), szűrők, sokféle színezési mód, filmkészítés, beépített fraktálkalauz, 13 fraktáltípus, nyelvi támogatás (magyar is)

Optimalizációs trükkök

- Már kiszámított pontok újbóli felhasználása (belenagyításnál), még pontatlanság esetén is ("csalás").
- A méret függvényében lineáris idejű új képkocka-megjelenítés.
- Határkövetés új képeknél, a "biztos találat"-módszer belenagyításnál (téglalapok kerületének pixeleit vizsgáljuk). Interlacing-technika.

Optimalizációs trükkök

- Szimmetria-vizsgálat.
- 8 iteráció után 8 iteráció egyszerre.
- A halmaz belsejében periodicitás-ellenőrzés.
- Korlátozott képkocka-előállítási összidő: a középen megjelenített pontok prioritást kapnak a szélső pontokkal szemben.
- A másodpercenkénti képkocka szám (mérések alapján) optimális értéken tartása.
- Multiprocesszoros gépek támogatása.

Irodalomjegyzék

- *XaoS, felhasználói és fejlesztői dokumentáció* (http://xaos.sf.net)
- Kovács Zoltán: *A fraktálok világa*. Matematika tanári kincsestár, 2002. május. Raabe, Budapest, 2002
- *Ghostscript dokumentáció* (http://www.cs.wisc.edu/~ghost)
- Mandelbrot, B. B.: *The Fractal Geometry of Nature.* Freeman, San Francisco, 1977, 1982
- Szabó László Imre: *Ismerkedés a fraktálok matematikájával*. Polygon, Szeged, 1997