Hibabecslések

2003. március 30.

Jelölések. Az x és y számokat közelítjük a-val és b-vel. Feltételezzük, hogy a közelítés *abszolút hibakorlátja* Δ_a és Δ_b, azaz $|x-a| \leq \Delta_a$ és $|y-b| \leq \Delta_b$. (Feltesszük, hogy $a, b > 0$.) A $\delta_a := \frac{\Delta_a}{a}$ és$\delta_b := \frac{\Delta_b}{b}$ számokat *relatív hibakorlátnak* nevezzük. Legyen továbbá $s := a+b$, $d := a-b$, $p := a \cdot b$ és $q := a/b$.

Állítás. *Összeadásnál a hibakorlátok összeadódnak; az összeadandók relatív hibakorlátjai közül a legnagyobb az összegnek is relatív hibakorlátja.*

Bizonyítás. Két tagra bizonyítunk, több tagra ehhez hasonlóan történik a levezetés.

$$\Delta_s = |(x+y)-(a+b)| \leq |x-a| + |y-b| \leq \Delta_a + \Delta_b,$$

$$\delta_s = \frac{\Delta_s}{a+b} \leq \frac{\Delta_a + \Delta_b}{a+b} = \frac{a}{a+b}\delta_a + \frac{b}{a+b}\delta_b \leq \max(\delta_a, \delta_b).$$

Állítás. Kivonásnál a különbség hibakorlátja a kisebbítendő és a kivonandó hibakorlátjainak összegénél nem nagyobb.

Állítás. Szorzásnál a relatív hibakorlát durván a tényezők relatív hibakorlátjainak összegével egyenlő.

Állítás. Osztásnál a relatív hibakorlátok összeadódnak.