

Az Ókori Mezopotámia matematikája.

TTIK Bolyai Intézet

2021. febrúar 22.

A kezdetek.

Neolitikum

- Már az i.e. VIII. évezred elején is lakott volt a kellemetlen ökológiai viszonyok ellenére.
- Kevés ásványi nyersanyag, pusztító árvizek: özönvizek.
- Speciális házépítési technika, tellek (település-halmok).
- Az első városok (falvak) kultikus helyeken 7000-től:
 - Dzsarmo (Kurdisztán) kb. 150 lakos,
 - Jerico (Palesztina) kb. 2000 lakos i.e. 7000 körül,
 - Uruk (Mezopotámia) kb. 5000 lakos i.e. 4000 körül,
 - Lagash (Mezopotámia) kb. 60.000 lakos i.e. 2500 körül,
 - Ur kb. 100.000 (!) lakos i.e. 2100 körül,
 - Ninive kb. 120.000 lakos i.e. 650 körül,
 - Babilon kb. 200.000 lakos i.e. 500 körül,

Egy kis összehasonlítás.

Afrikai és európai városok lakossága (becslések).

- Theba/Luxor (Egyiptom) 80.000 fő l.e. 1350 körül,
- Karthago (Tunézia) 700.000 fő l.e. 300 körül,
- Alexandria (Egyiptom) 1.000.000 fő l.e. 100 körül,
- Roma (Itália) 1.200.000 fő l.sz. 200 körül,
- Bizánc/Konstantinápoly/Istanbul (Törökország) 500.000 fő l.sz. 500 körül,
- Bagdad (Irak) 700.000 fő l.sz.800 körül,
- Cordoba (Spanyolország) 450.000 fő 900 körül.

IV.-III. évezred.

Az itt élő népek

- Az őslakók ismeretlenek.
- Az első ismert bevándorlók a **SUMEROK**.
- Nem tudjuk merről jöttek, biztosan nem tartoztak a semi-, ill. az indoeurópai népek családjába,
- városállamokat alapítottak,
- a IV. évezred végén összeolvadtak az őslakókkal.
- Megbízható régészeti (írással) források kb. i.e. 2750-től vannak, zömében a városállamok harcairól a hegemoniáért.
- Uruk ↔ Kis, és Ur ↔ Lagas.
- 2800 körül **GILGAMES** Urk királya falat épít városa köré.
- 2600 körül: a *Gilgames eposz*, az első irodalmi alkotás.

A III. évezred

A III. evezred.

Gilgámes barátjával Enkiduval elindul, hogy hőstetteket hajtson végre. Enkidu megöli Huwawát, a cédruserdő védelmezőjét és az égi bikát, akit Innin (Istar) istennő uszított a két hősrre. Enkidunak e lázadásért halállal kell bünhődnie. Gilgámes kétségbeesetten indul útnak, hogy fölkeresse őspapját Utnapistit, és megtudja tőle a halhatatlanság titkát. Utnapisti azt tanácsolja neki, hogy 6 nap és 7 éjjel virrasszon, de Gilgámes nem állja ki a próbát, elalszik. Ujabb hiábavaló próbálkozás után Gilgámes belátja, hogy a halhatatlanság az emberek számára elérhetetlen, de tettei mégis halhatatlan dicsőséget szereztek számára.

A III. évezred

A III. evezied.

- A két folyó áradásai: egyrészt hasznosak, másrészt pusztítóak főleg, ha egyszerre történik (özönvizek).
- Mintegy 250 ilyen legenda ismert az ókorból és a korai középkorból.
- Görögök: Zeusz bosszúja az emberi romlottság miatt.
- Maják: A gyékényen ülő bölcsek könyve.
- A „klasszikus” bibliai történet.

- fazekaskorong,
- lovak használata,
- ló vontatta kerekcsapjűvek.

A III. évezred

A III. evezred.

- 2500-tól Ur, a kor legnagyobb lakosságú városa hegemóniaja.
 - kb. 100.000 lakos ↔ I.sz. XIII. sz-i Párizs, London.
- 2400 körül Lagash a vezető hatalom, az első társadalmi reform: Urukagina a kistermelők érdekében, majd az első kísérlet egységes birodalom létrehozására.
- Az i.e. XXIV. századtól az első sémi népcsoportként **AKKÁD** hódítók jöttek Sarrukin (Szargon) vezetésével. A különböző kronológiák szerint 2334 - 2279, ill. 2270 - 2215-ig uralkodott. Átvesszik és terjesztik a sumér kultúrárt.
- 2200 körül: „sumér másodvirágzása” Lagas vezetésével.
- Az irodalom másodvirágzása,
- az első kezdetleges helyiértékes számírás.

A II. évezred

A II. evezied.

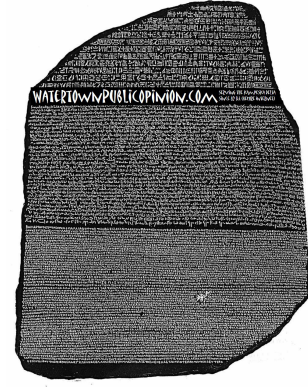
- 2000 körül több hullámban újabb, nomád, hódító sémi népek jönnek: **akkádok** (ismét), **elámiak**, **amurok/amoriták**, **médek** és mások.
- Letelepdednek, újabb városokat alapítanak, köztük **BABILONT** (akkádok). Gyors „lakosságcsere”, a sumer holt nyelv lesz, az akkád válik általánosan használttá.
- A XVIII. század elején **HAMMURAPI** megalapítja az **ÓBABILONI BIRODALMAT**.
- Hammurapi törvényei, I.sz. 1801, Susa.
- Ma is érvényes és használt matematikai eredmények.

II. évezred.

Írásos emlékek.

- Az elsőként megtalált számottevő leletegyüttes: Asszurbanipal asszír uralkodó Ninive-i könyvtára.
- 1870. A Behistum kőtábla megtalálása.
- A XX. század első harmadában nagy számú matematikai tartalmú tábla került elő az ásatásokkor.

A Behistum kötábla.



A Behistum kő tábla.

- perzsa, asszír és méd nyelven tudósít I. Dareiosz perzsa uralkodó Kambüzes fölötti győzelméről
- A XIX. században a perzsa ismeretében megfejtették a másik kettőt, majd az asszír alapján az akkádót.

A mezopotámiai számírás.

60-as alapú helyiértékes számírást alkalmaztak. Mindössze két jelet használtak.

A számjegyek írása.

- Az 1 jele, az „ék”:
 - ↑
- Nemcsak az 1-et, hanem a 60 bármely egész kitevős hatványát jelölhette.
- A 10 jele, a „sarokpánt”:
 - ↙
- Ez szolgált a 60 bármely egész kitevős hatványa tízszeresének jelölésére is.

Algebra: másodfokú egyenletek.

Megvizsgálunk néhány olyan problémát, amely — mai szóhasználatlaltal — **másodfokú egyenletre** vezet.

1. Probléma (Szenkerekh).

Hosszúság és szélesség. A hosszúságot és a szélességet összeszoroztam, és így megkaptam a területet. Amennyivel pedig a hosszúság meghaladja a szélességet, azt hozzáadtam a területhez, és 3,3 [-at kaptam]. Hosszúság és szélesség összeadva pedig 27. Mi a hosszúság, szélesség, terület?

Algebra: másodfokú egyenletek.

Az eredmény közlése.

27	3,3	az összegek
15		a hosszúság
12		a szélesség
3,0		a terület

Az eredeti szöveges megoldás.

- 27-et, a hosszúság és a szélesség összegét 3,3-hoz add hozzá; 3,30 [az eredmény]. 2-t a 27-hez add hozzá; 29 [az eredmény]. Majd a 29-ből letöröd a felét; 14;30-szor 14;30 [az] 3,30;15. Levonsz 3,30-at 3,30;15-ből; 0;15 a különbség.
- 0;15 négyzetgyöke 0;30. Az első 14;30-hoz add hozzá a 0;30-at: a hosszúság 15. 0;30-at a második 14;30-ból kivonsz: a szélesség 14.
- Azt a 2-t, amit a 27-hez hozzáadtál, 14-ből, a szélességből levonod: 12 a végleges szélesség. A 15 hosszúságot és a 12 szélességet összeszoroztam. 15-ször 12 [az] 3,0 [ennyi a] terület.
- A 15 hosszúság a 12 szélességen mennyivel nyúlik túl? 3[-ma] haladja meg. 3-at a 3,0-hoz, a területhez adj hozzá: 3,3[-at kapsz].

Másodfokú egyenletek.

Elemzés 1.

Mai jelölésekkel: ha x a hosszúság, y a szélesség, akkor az

-

$$\begin{aligned}xy + x - y &= 3,3 \\ x + y &= 27\end{aligned}$$

egyenletrendszert kapjuk.

- A számolás második lépéséből látszik, hogy az y szélesség helyett egy új $y' = y + 2$ szélesség bevezetésével kapjuk, hogy
-

$$\begin{aligned}xy' &= 3,30 \\ x + y' &= 29.\end{aligned}$$

Másodfokú egyenletek.

BM 13901/2. Elemzés.

- A probléma az $x^2 - x = 14,30$ egyenlet, egy $x^2 - ax = b$ alakú egyenlet, megoldását kívánja.
- Látható, a bal oldalt teljes négyzetté alakították (az említett azonosság alkalmazásával), és
- a ma „mérlegelvnek” nevezett módszert alkalmazták.
- Az utóbbi első alkalmazását az 1930-as évekig az I.sz. VIII. században élt bagdadi al-Khwarizminek tulajdonították.

Másodfokú egyenletek.

BM 13901/2. Elemzés, a számolás eredménye.

Az $x^2 - ax = b$ alakú egyenlet megoldása:

$$x = \frac{1}{2}a + \sqrt{\left(\frac{1}{2}a\right)^2 + b}$$

Másodfokú egyenletek.

BM 13901/7.

A négyzet hétszereséhez hozzáadtam a terület tizenegyszeresét és ez 6;15.

A megoldás elve.

- A $11x^2 + 7x = 6;15$ egyenletet kell megoldanunk.
- Ismét négyzetté alakították az egyenlet bal oldalát, de
- ehhez előbb 11-gyel megszorozták az egyenlet, azaz a $2,1x^2 + 1,17x = 1,8;45$ egyenlettel dolgoztak.

Másodfokú egyenletek.

A megoldás mai jelölésekkel.

- A megoldandó egyenlet

$$ax^2 + bx = c$$

alakú.

- Átalakítás után kaphatta, hogy

$$a^2x^2 + abx = ac$$

- Számolásuk formulával:

$$x = \frac{1}{a} \left(\sqrt{ca + \left(\frac{b}{2}\right)^2} - \frac{b}{2} \right)$$

Történeti áttekintés. oooooooooooooooo	A mezopotámiai aritmetika. oooooo	A mezopotámiai algebra. oooooooooooooooooooooooooooo●oooooooooooooooooooo	Plimpton 322. oooooooooooo
---	--------------------------------------	--	-------------------------------

Történeti áttekintés. oooooooooooooooo	A mezopotámiai aritmetika. ooooo	A mezopotámiai algebra. oooooooooooooooooooooooooooooooo●oooooooooooooooo	Plimpton 322. oooooooooooo
---	-------------------------------------	--	-------------------------------

$$x^2 + (0; 40x + 5)^2 = 25, 25.$$

