

Bevezetés.	Tudománytörténeti irányzatok	Tematika	Irodalomjegyzék	Vizsgarend
------------	------------------------------	----------	-----------------	------------

Fejezetek a matematika kultúrtörténetéből. BEVEZETŐ GONDOLATOK.

Klukovits Lajos

TTIK Bolyai Intézet

2021. február 8.

Bevezetés.	Tudománytörténeti irányzatok	Tematika	Irodalomjegyzék	Vizsgarend
------------	------------------------------	----------	-----------------	------------

Első kérdés: Mi a tudomány, de főleg MI A MATEMATIKA?

Wikipédiabeli definícióik.

A **tudomány** a bennünket körülvevő világ megismerésére irányuló tevékenység és az ezen tevékenység során szerzett igazolt (tesztelt vagy bizonyított) ismeretek gondolati rendszere. **A tevékenységnek bárki által megismételhetőnek kell lennie** és végeredményben azonos eredményre kell vezetnie ahhoz, hogy az eredményt tudományos eredménynek nevezhessük.

Ezen belül az **egzakt tudományok** azok, amelyek **bizonyítható tételeken** alapulnak.

De egy kínos kérdés: **Mi az, hogy BIZONYÍTÁS?**

Erre a félév végére lesz válaszunk.

Bevezetés.	Tudománytörténeti irányzatok	Tematika	Irodalomjegyzék	Vizsgarend
------------	------------------------------	----------	-----------------	------------

Mi a matematika?

Az **absztrakt tudományok** körébe tartozik, tárgyát és módszereit tekintve, sajátos tudomány, mely részben a többi tudomány által vizsgált, részben pedig a matematika *belső* fejlődéséből adódóan létrejött (felfedezett, ill. feltalált) **rendszereket, struktúrákat, azok absztrakt, közösen meglévő tulajdonságait vizsgálja.**

Régebben a *mennyiség és a tér tudományaként* (vagyis a számok és geometriai alakzatok tanaként) határozták meg, a XIX. század második felétől kezdve pedig a matematikáról azt tartották, hogy az *a halmazelmélet absztrakt struktúráinak formális logikai szemlélettel és a javarészt erre épülő matematikai jelölésrendszerrel való vizsgálata.*

Bevezetés.	Tudománytörténeti irányzatok	Tematika	Irodalomjegyzék	Vizsgarend
------------	------------------------------	----------	-----------------	------------

Mi a matematika?

Ma már ez utóbbi definíció sem fedi le a matematika fogalmát, de az újabb, átfogóbb és általánosan elfogadott meghatározás még várat magára.

Mindebből világos, hogy nem természettudomány, de szorosan kapcsolódik hozzá.

Két általánosan elfogadott vélemény.

1. A technika korában élünk, és a modern technika alapvetően a fizikára és a kémiára épül, ezek pedig a **matematikára.**
2. A ma már alapvetően fontos informatika is részben a fizikára (eszközök), de még inkább a **matematikára** épül.

Bevezetés.	Tudománytörténeti irányzatok	Tematika	Irodalomjegyzék	Vizsgarend
------------	------------------------------	----------	-----------------	------------

Érdeemes-e tudománytörténettel foglalkozni?

Négy lehetséges válasz.

1. **NEM**, mert az csupa elavult, ma már egyszerűen mosolyra fakasztó eredményt olvashatunk a régi dolgozatokban.
2. **Talán IGEN**, bár az csupán színes, érdekes epizódokat, történeteket tartalmazhat, használható eredményt nem.
3. **Részben IGEN**, mert — bár az eredmények szinte kivétel nélkül már elavultak — az érdekes epizódokon kívül esetleg ötleteket meríthetünk belőlük mai kutatásainkhoz.
4. **Határozottan IGEN**, mert egyáltalán nem biztos, hogy mindegyik régi eredmény elavult, és csak ötleteket adhat. Vannak közöttük máig is érvényesek, és a mai eredmények megértéséhez is segítséget nyújthatnak.

Bevezetés.	Tudománytörténeti irányzatok	Tematika	Irodalomjegyzék	Vizsgarend
------------	------------------------------	----------	-----------------	------------

Illusztráció a 2. lehetőséghez: egy érdekes feladat hosszú élete.

RHIND 79. feladat. (Egyiptom, i.e. XXI.-XIX. sz. a Középbirodalom kora)

- *Van 7 ház, 49 macska, 343 egér, 2401 kalász, 16807 búzaszem.*
- Valószínűleg a következő feladatról van szó:
- *Ha van 7 ház, minden házban 7 macska él, minden macska megeszik 7 egeret, minden egér elpusztítana 7 kalászt, és minden kalászban 7 mag van, akkor hány szem gabona menekül meg?*

Bevezetés.	Tudománytörténeti irányzatok	Tematika	Irodalomjegyzék	Vizsgarend
------------	------------------------------	----------	-----------------	------------

Illusztráció a 2. lehetőséghez: egy érdekes feladat hosszú élete.

pisai LEONARDO, Liber Abaci XII. fejezete. (I.sz. XIII. század)

7 anyóka mendegél Róma felé, minden anyókéval mendegél 7 öszvér, minden öszvéren 7 zsák van, minden zsákban 7 kenyér van, minden kenyér mellett 7 kés van, minden kés 7 tokban van. Mennyi mindezek összege?

Középkori orosz kézirat. (I.sz. XV. század)

Mendegél 7 anyóka, minden anyókánál 7 bot van, minden boton 7 ágacska, minden ágacsán 7 tarisznya, minden tarisznyában 7 lepény, minden lepényben 7 veréb, minden verébben 7 zúza. Mennyi ez összesen?

Bevezetés.	Tudománytörténeti irányzatok	Tematika	Irodalomjegyzék	Vizsgarend
------------	------------------------------	----------	-----------------	------------

Illusztráció a 2. lehetőséghez: egy érdekes feladat hosszú élete.

Ismert angol nonszensz-vers (nursery rhyme) az I.sz. XIX. századból.

*As I was going to St. Ives,
I met a man with seven wives;
Every wife had seven sacks,
Every sack had seven cats,
Every cat had seven kits,
Kits, cats, sacks, and wives,
How many were going to St. Ives?*

A matematika speciális helyzete: néhány ma is érvényes ókori eredmény.

Mindenki által ismert görög eredmények, i.e. VI.-V.sz.

1. Thalesz tétele a félkörbe írt háromszögről,
2. Pithagorasz tétele a derékszögű háromszögekről.

Meglepő eredmények Hammurapi korából, i.e. XVIII. sz.

1. Eljárások pithagoraszai számhármassok előállítására.
2. A másodfokú egyenletek megoldási eljárása.
3. Algoritmus pozitív (racionális) számok négyzetgyökének (közelítő) meghatározására.

Egy gyors konklúzió.

A **MATEMATIKA** szempontjából a **4.** válasz a korrekt.

A matematika speciális helyzete: néhány ma is érvényes ókori eredmény.

Még négy eredmény.

1. Eljárás a határozott lineáris egyenletrendszerek megoldására (Kína, i.e. I. évezred).
2. Euklidesz bizonyítása arra, hogy végtelen sok prímszám van.
3. Euklidesz leírása a szabályos testekről.
4. Archimedesz bizonyítása a parabolaszeglet területéről.

Két elgondolkodtató vélemény.

H. Hankel, XIX. század

A legtöbb tudományban mindegyik generáció lerombolja azt, amit elődei építettek. A matematika az egyetlen, amelyben minden egyes generáció új emeletet illeszt (új értelmet ad) a régi struktúrához (struktúrának).

H. Weyl, XX. század

Azon fogalmak, módszerek és eredmények nélkül, amelyeket a megelőző korok tudósai alkottak meg visszamenve egészen az ókori görögökig, nem érthetjük meg az utóbbi ötven év matematikájának céljait, elért eredményeit.

Bevezetés.	Tudománytörténeti irányzatok	Tematika	Irodalomjegyzék	Vizsgarend
------------	------------------------------	----------	-----------------	------------

Két alapvető tudománytörténeti irányzat:

1. Középpontban a tudós.

- Az egyes tudományágak történetét, fejlődését a nagy tudósok életének és munkásságának ismertetésén keresztül tárgyalja. (Ezt követi számos irodalomtörténeti mű.)
- **A középpontban a nagy felfedezéseket elérő tudósok (az írók) vannak.**
- **Előnye.** Szép példákat, alkotó életutakat lehet bemutatni, rá lehet mutatni az újért való harc szépségére, nehézségeire.
- **Hátránya.** A személyes dolgok hangsúlyos figyelembe vétele háttérbe szorítja, másodlagossá teheti magát a tudományos eredményt, az alkotást.
- Ez esetben nehéz az adott tudományt az egyetemes kultúra részeként bemutatni.

Bevezetés.	Tudománytörténeti irányzatok	Tematika	Irodalomjegyzék	Vizsgarend
------------	------------------------------	----------	-----------------	------------

2. Középpontban maga a tudomány.

- Az egyes tudományágak fejlődésének, nagy eredményeinek bemutatását célozza, azaz
- **maga a tudományos eredmény kerül a középpontba.**
- **Előnye.** Az új tudományos eredményeket az adott tudományág fejlődésének szerves részeként lehet bemutatni.
- **Előnye.** Könnyebben lehet rámutatni az egyes eredmények kapcsolatára.
- **Előnye.** A tudomány fejlődése könnyen illeszthető az egyetemes kultúrába, az eredmények megítélésénél figyelembe tudjuk venni a társadalom adott tudásszintjét, elvárásait.
- **Hátránya.** Körültekintően kell megválasztani azokat a tudósokat, akiknek élet is bemutatjuk, nemcsak eredményeiket.
- Ezt az utat olykor irodalomtörténeti művek is követik.

Bevezetés.	Tudománytörténeti irányzatok	Tematika	Irodalomjegyzék	Vizsgarend
------------	------------------------------	----------	-----------------	------------

Mit rejt a címbeli jelző? A kurzus jellege.

- Általam önkényesen kiragadott témaköröket érintünk csak,
- és az egyes eredményeket az egyetemes kultúra részeként igyekszünk bemutatni.
- Az előadásokban a tudományon, fejlődésének lépcsőin van a hangsúly. Bár természetesen említünk kiemelkedő tudósokat, de nem foglalkozunk azzal, hogy „**mikor, mit, kivel?**”
- Szerepelhet például Archimédész, Omar Khajjam és Ramanujan
- Nem törekszünk még csak hozzáteljesítő teljességre sem, hiszen az egy 4000 éves tudomány esetén ez teljes képtelenség.

Bevezetés.	Tudománytörténeti irányzatok	Tematika	Irodalomjegyzék	Vizsgarend
------------	------------------------------	----------	-----------------	------------

Hogy valósítjuk meg ezt a célkitűzést?

- Az egyes — kiválasztott korszak — matematikájának bemutatása/elemzése előtt
 - röviden bemutatjuk az adott kort
 - számbavéve a legfontosabb egyetemes történeti mérföldköveket,
 - és az egységes kultúra fejlődésének főbb lépéseit.
 - Arra, hogy mit értek **a kultúra egyetemességén és egységességén** rövidesen kitérek.
- Ezt azonban nem föltétlenül úgy tesszük, ahogy megszokták a középiskolai történelem órákon, például
 - ritkán esik szó háborúkról,
 - csak akkor, ha elkerülhetetlen,
 - számos olyan tényre igyekszem felhívni, amelyek hiányoztak a középiskolai történelem oktatásból,
 - pl. ki hallott Theaitetoszról, vagy Eudoxosról?

Bevezetés.	Tudománytörténeti irányzatok	Tematika	Irodalomjegyzék	Vizsgarend
------------	------------------------------	----------	-----------------	------------

Egységes-e a kultúra?

Lord Charles Percy SNOW (1905 - 1980)

Cambridge-ben fizikából doktorált, majd ott tanított és kutatott. A II. világháború alatt kormányzati feladatokat vállalt. Írt egy 7 kötetes regényciklust is, de legismertebb műveiben arról értekezett, azt hangsúlyozta, hogy az emberiség kultúrája egységes, nem létezik külön humán- és természettudományos kultúra.

Bevezetés.	Tudománytörténeti irányzatok	Tematika	Irodalomjegyzék	Vizsgarend
------------	------------------------------	----------	-----------------	------------

SNOW elgondolkodtató példája.

Részlet a *Még egyszer a két kultúráról* című 1964-es tanulmányából.

Egy, a tradicionális kultúra szemszögéből nézve igen művelt társaságban feltettem a kérdést, hogy közülük ki tudná megmondani a termodinamika második főtételét. A kérdés fogadtatása hűvös volt, és a válasz teljesen negatív. Pedig én olyasvalamit kérdeztem tőlük, ami tudományos vonalon annak a kérdésnek megfelelője: Olvasta ön Shakespeare valamelyik munkáját?

Bevezetés.	Tudománytörténeti irányzatok	Tematika	Irodalomjegyzék	Vizsgarend
------------	------------------------------	----------	-----------------	------------

Részlet a *Még egyszer a két kultúráról* című 1964-es tanulmányából.

Ma már azt hiszem, hogy ha még egyszerűbb kérdést tettem volna fel, például azt: „Mit ért ön tömeg és gyorsulás alatt?”, amely annak a kérdésnek a tudományos megfelelője: „Tud-e ön olvasni?” — ezen művelt emberek legfeljebb egytizede érezte volna, hogy közös nyelven beszélünk. És miközben a modern fizika hatalmas épülete felépül, a nyugati világ legképzettebb főinek többsége éppoly kevéssé érti, mint akár kőkorszakbeli elődeik.

Bevezetés.	Tudománytörténeti irányzatok	Tematika	Irodalomjegyzék	Vizsgarend
------------	------------------------------	----------	-----------------	------------

Egy megkerülhetetlen kérdés.

Természettudomány-e a matematika?

- A matematika nem természettudomány, hiszen módszerei, problémafölvetései jelentősen különböznek a természettudományokétól.
- Alapvető különbséget jelent az is, hogy fejlődése nem illeszthető a T. Kuhn által az 1960-as években megfogalmazott tudományelméleti rendszerbe, amely a fejlődést a paradigmák változásának folyamataként értelmezi.
- Emlékezzünk az említett Hankel idézetre.
- Ez azt is jelenti, hogy a matematikában a régi korok eredményei nem eleve elvetendő, lásd pl. Weyl véleményét.
- Megválaszolandó például az is: mi az igazság kritériuma egy matematikai állítással kapcsolatban?

Bevezetés.	Tudománytörténeti irányzatok	Tematika	Irodalomjegyzék	Vizsgarend
További alapvető kérdések.				

- A matematikában alapvető a **BIZONYÍTÁS** fogalma.
- De egyáltalán: **Mi az, hogy bizonyítás?**
- Nagy kérdés: **IGAZ-E AMI BIZONYÍTHATÓ, BIZONYÍTHATÓ-E AMI IGAZ?**
- Általánosabban: **az igazság és a bizonyítás/bizonyíthatóság viszonya.**

Bevezetés.	Tudománytörténeti irányzatok	Tematika	Irodalomjegyzék	Vizsgarend
Tervezett témakörök 1.				

- Az ókori folyammenti kultúrák (empirikus) matematikája.
 - Az Egyiptomi Középbirodalom korának matematikája: a Moszkvai- és a Rhind papirusz.
 - A mezopotámiai matematika az Óbabiloni Birodalom korában: a helyiértékes számírás megjelenése, másodfokú egyenletek, négyzetgyökvonási algoritmus.
 - Az ókori kínai matematika, „Kilenc könyv a matematika művészetéről”. Lineáris egyenletrendszerek.
 - Az ókori India matematikája.

Bevezetés.	Tudománytörténeti irányzatok	Tematika	Irodalomjegyzék	Vizsgarend
Tervezett témakörök 2.				

- A matematika deduktív tudománnyá válása: az ókori görög matematika.
 - A görög matematika kezdetei: az első iskolák.
 - A „klasszikus kor” matematikája, a híres matematikai- és filozófiai iskolák,
 - a deduktív matematika kialakulása.
- A klasszikus kor matematikájának (egyik) enciklopédiája: Euklidész Elemek c. műve.
- A hellenizmus korának matematikája,
 - a heurisztikus sejtés és a deduktív bizonyítás együttes megjelenése,
 - és egyben szigorú elkülönülése Archimédésznel.

Bevezetés.	Tudománytörténeti irányzatok	Tematika	Irodalomjegyzék	Vizsgarend
Tervezett témakörök 3.				

- A kora középkori iszlám kultúrkör matematikája: a bagdadi iskola (al-Kwarizmi, Abu Kamil,...). Omar Khajjam geometriai módszerei a harmadfokú egyenletek megoldására.
- Az európai matematika kezdetei: a pisai Leonardo könyvei.
- A projektív geometria kialakulása a reneszánsz festészet elméletből. A matematikai módszerek megjelenése a németalföldi térképkészítésben.
- Euklidész V. posztulátumától a hiperbolikus geometriáig.

Bevezetés.	Tudománytörténeti irányzatok	Tematika	Irodalomjegyzék	Vizsgarend
------------	------------------------------	----------	-----------------	------------

Tervezett témakörök 4.

- Néhány elvi jellegű kérdés a XIX. és a XX. század matematikájából.
 - Gondok a valós szám fogalmával.
 - Az „igazság elvesztése” a XIX. század kezdetén,
 - Kísérletek az „igazság megtalálására”, azaz válasz keresése azon kérdéspárra, hogy:
 - Igaz-e ami bizonyítható,
 - és
 - bizonyítható-e ami igaz?
 - Egyáltalán, mi az, hogy bizonyítás?
 - Lehetséges válaszok a kérdésekre, a három fő irányzat (a logika és a matematika viszonya).
- A matematika „hályogkovácsa”, az indus Ramanujan.
- Néhány kérdés a XX. század matematikájából (az absztrakt algebra kialakulása és első általános eredményei).

Bevezetés.	Tudománytörténeti irányzatok	Tematika	Irodalomjegyzék	Vizsgarend
------------	------------------------------	----------	-----------------	------------

IRODALOM

Kötelező irodalom a tanári pályára készülőknek.

Euklidész, **Elemek** (az Előszó és az 1. — 4. könyvek), *Gondolat*, 1983.

Javasolt irodalom 1.

- B. L. van der Waerden, **Egy tudomány ébredése**, *Gondolat*, 1977.
- A. P. Juskevics, **A középkori matematika története**, *Gondolat*, 1982.
- Euklidész, **Elemek**, *Gondolat*, 1983.
- Freud Róbert (szerk.) **Nagy pillanatok a matematika történetében**, *Gondolat*, 1981.
- Dirk J. Struik, **A matematika rövid története**, *Gondolat*, 1958.

Bevezetés.	Tudománytörténeti irányzatok	Tematika	Irodalomjegyzék	Vizsgarend
------------	------------------------------	----------	-----------------	------------

IRODALOM

Javasolt irodalom 2.

- Szabó Árpád, **A görög matematika**, *Magyar Tudománytörténeti Intézet*, 1997.
- Szénássy Barna, **A magyarországi matematika története**, *Polygon Könyvtár*, 2008.
- O. Neugebauer, **Egzakt tudományok az ókorban**, *Gondolat*, 1984.
- Vekerdi László, **Az újkori matematika és fizika megszületése**, *Magyar Tudománytörténeti Intézet*, 2010.
- Szabó Árpád egyéb matematika történeti tárgyú írásai.
- T. Tóth Sándor, Szabó Árpád, **Matematikai műveltségünk keretei**, *Gondolat*, 1988.
- Lakatos Imre, **Bizonyítások és cáfolatok**, *Gondolat*, 1981.

Bevezetés.	Tudománytörténeti irányzatok	Tematika	Irodalomjegyzék	Vizsgarend
------------	------------------------------	----------	-----------------	------------

IRODALOM

NEM JAVASOLT MŰVEK

- Sain Márton és Filep László könyvei,
- A tanárképző főiskolák matematika történeti tárgyú jegyzetei,
- Ribnyikov, **A matematika története**, Tankönyvkiadó.

Vizsgarend

- Alapvetően függ majd az aktuális járványhelyzettől.
- Ha lehetőség lesz a jelenléti vizsgázásra: Írásbeli feleletválasztós teszt hetente egyszer, az elégséges szint 60%.
- Ellenkező esetben: Megadott témakörökben 5-10 oldalas dolgozat készítése. Ehhez irodalom javaslatot is adok.