

Az Ókori Mezopotámia matematikája: táblázatok.

Klukovits Lajos

TTIK Bolyai Intézet

2019. február 11.-18.

Mezopotámia

TTIK Bolyai Intézet

Aritmetika Hammurapi korában: Egyszerű észrevételek 1.

- ▶ A helyiértékes számírás egyszerűsítette a számítások elvégzését, lehetővé tette egyszerű táblázatok alkalmazását a szorzásra és az osztásra.
- ▶ Ilyen, számolást könnyítő táblát ezres nagyságrendben találtak.
- ▶ Ha „mai fejjel” gondolkodunk:
 - ▶ 58 szorzótáblát kellett készíteniük: a 2-től 59-ig terjedő számokra.
- ▶ Ők „még praktikusabbak” voltak, rövidítették a legtöbb táblát:
 - ▶ 1-20-ig minden szám szerepel, de utána csak a 30, 40 és az 50.
 - ▶ Világos miért: a hiányzó értékek összeadással megkaphatók.
- ▶ **DE** nem került elő egyetlen teljes, 58 táblás kollekció,
- ▶ **SŐT** a különböző lelőhelyekről sem.

Mezopotámia

TTIK Bolyai Intézet

Aritmetika Hammurapi korában: Egyszerű észrevételek 2.

- ▶ Olyan táblákat (is) találtak, amelyek

1, 20 1, 30 1, 40 3, 20 és 3, 45

többszöröseit (szorzatait) tartalmazták.

- ▶ Ha ezek az ismertek folytatásai, akkor $60^2 = 3600$ táblából állt volna egy „kollekció”.
- ▶ Ez nehezen képzelhető el, mert agyagtáblák voltak, nem könnyű papirusz-tekercek.
- ▶ SŐT, olyan táblát is találtak, amelyen a 44, 26, 40 szám szorzatai szerepelnek.
- ▶ Ha még ezek is egy „teljes kollekció” részei, akkor az $60^3 = 216000$ darabos lett volna.

Mezopotámia

TTIK Bolyai Intézet

Aritmetika Hammurapi korában: Egyszerű észrevételek 3.

- ▶ **Ez elképzelhetetlen, mert kezelhetetlen is.**
- ▶ Meglepőnek tűnhet, hogy nem találtak táblákat a 11-gyel, 13-mal, 14-gyel, 17-tel és a 19-cel való szorzásra. [Mi lehet ennek az oka?](#)
- ▶ A rejtély kulcsa néhány első látásra nehezebben értelmezhető tábla.

Mezopotámia

TTIK Bolyai Intézet

Aritmetika Hammurapi korában.

Egy „rejtélyes” tábla

▶

2	30	16	3,45	45	1,20
3	20	18	3,20	48	1,15
4	15	20	3	50	1,12
5	12	24	2,30	54	1,6,40
6	10	25	2,24	1	1
8	7,30	27	2,13,20	1,4	56,15
9	6,40	30	2	1,12	50
10	6	32	1,52,30	1,15	48
12	5	36	1,40	1,20	45
15	4	40	1,30	1,21	44,26,40

▶ Mit rejt e tábla?

Aritmetika Hammurapi korában.

A kulcs egy kis számolás.

- ▶ A háromszor két oszlopban összetartozó párok vannak,
- ▶ például

$$\frac{1}{2} = 0;30$$
$$\frac{1}{3} = 0;20$$
$$\frac{1}{4} = 0;15$$
$$\frac{1}{1,21} = 0;0,44,26,44$$

▶ azaz reciprok-párok.

Aritmetika Hammurapi korában.

Elemzés.

- ▶ Mivel nem volt jelük a számjegy hiányára, más olvasat is lehet, például

$$2 \cdot 30 = 1,0,$$
$$2 \cdot 0;30 = 1,$$
$$0;2 \cdot 0;30 = 0;1$$
$$\vdots$$

- ▶ **Vélhetően** a táblázatban olyan $(a, \bar{a})$ párok szerepelnek, amelyekre

$$a \cdot \bar{a} = 60^k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

Aritmetika Hammurapi korában.

Egy kérdés.

Mi az oka a „hiányoknak”? Miért nem szerepelnek pl. a 7, 11, 13, 14, ... számok?

Egy egyszerű válasz.

- ▶ **Megjegyzés.** Itt és később az egyiptomi matematikához bevezetett $\frac{1}{n} = \bar{n}$ írásmódot fogjuk használni.
- ▶ Az ilyen számok reciprokai nem véges hatvanados törtek, például

$$1 : 7 = 0;\overline{8,34,17},$$
$$1 : 11 = 0;\overline{5,27,16,21,49},$$

(periódikus) hatvanados törtek.

Aritmetika Hammurapi korában.

Egy egyszerű válasz (folytatás).

- ▶ Vélhetően a végeseket tekintették „szabályosoknak”, hiszen azokkal lehetett könnyen számolni.
- ▶ Sokszor tettek egy kivételt: 1 - 10-ig csak a 7 nem szabályos, olykor szerepeltették a 7 többszöröseit is.

Egy meglepetés: approximáció jellegű eredmények.

1. Tábla (Sachs)

- ▶ A szöveg a 7,11,13,14 és 17 reciprokait tárgyalja, de 14 és 17 esetén nem $a \cdot \bar{a} = 1$, hanem $a \cdot \bar{a} = 10$ alakban,
- ▶ és kétoldali közelítést ad $\bar{7}$ -re,

$8, 34, 16, 59 < \bar{7} < 8, 34, 18$