

Algebra és Számelmélet
tájékoztató dolgozat
(2018. szeptember 14.)

NÉV:

1. Kérdés. Adja meg a következő fogalmak definícióit a klasszikus számelméletben.

- (1) Prímszám, fölbonthatatlan szám.
- (2) Euklideszi algoritmus.
- (3) Legnagyobb közös osztó.
- (4) A modulo m kongruencia.

2. Kérdés. Fogalmazza meg a következő számelméleti tételeket.

- (1) A számelmélet alaptétele.
- (2) A kínai maradéktétel.
- (3) A lineáris kongruenciák megoldhatóságára és a (lényegesen különböző) megoldások számára vonatkozó tétel.

3. Kérdés. Adja meg a következő fogalmak definícióit.

- (1) Leképezés, injektív-, szürjektív- és bijektív leképezés.
- (2) Permutáció.
- (3) Ekvivalencia reláció.
- (4) Osztályozás.
- (5) Rendezés, rendezett halmaz.
- (6) Rendezett halmaz minimális-, ill. legkisebb eleme.

4. Kérdés. Fogalmazza meg a következő tételeket.

- (1) A véges halmazok permutációinak ciklusokra és transzpozíciókra való fölbonthatására vonatkozó tételek.
- (2) Egy adott halmaz ekvivalencia relációi és osztályozásai kapcsolatát leíró tétel.

5. Kérdés. Adja meg a kétváltozós műveletek legalább 4 tulajdonságát.

6. Kérdés. Adja meg a csoport, a gyűrű és a test definícióját.

7. Kérdés. Fejezze be a következő állítást úgy, hogy egy igaz tételt kapjunk.

A $\mathbb{Z}_n$ maradékosztály-gyűrű pontosan akkor test, ha ...

8. Kérdés. A következő állításokról csak azt kell eldöntenie, hogy igazak, vagy hamisak.

- (1) Létezik olyan fölbonthatatlan egész szám, amely nem prímszám.
- (2) Bármely két egész számnak van legnagyobb közös osztója.

- (3) Az $x \equiv 1 \pmod{4}$, $x \equiv 1 \pmod{32}$ lineáris kongruenciarendszernek nincs megoldása.
- (4) Legyenek $\varphi: A \rightarrow B$ és $\psi: B \rightarrow C$ leképezések.
- Ha $\varphi\psi$ injektív, akkor ψ is injektív.
 - Ha $\varphi\psi$ szürjektív, akkor ψ is szürjektív.
- (5) Ha A véges halmaz, akkor minden $\varphi: A \rightarrow A$ szürjektív leképezés injektív is.
- (6) Ha A végtelen halmaz, akkor van olyan $\varphi: A \rightarrow A$ injektív leképezés, amely nem szürjektív.