

Alkalmazott statisztika

1. házi feladat: többdimenziós normális

1. Legyen (X_1, X_2) kétváltozós normális eloszlású. Adjuk meg explicit alakban az X_1 véletlen változó X_2 -re vett feltételes sűrűségfüggvényét!

2. Legyenek $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_n$ független független többdimenziós normális eloszlású véletlen vektorok, ahol \mathbf{X}_i eloszlása $N_k(\mathbf{m}_i, \Sigma)$ (azaz a kovarianciamátrix azonos). Legyenek

$$\mathbf{V}_1 = \sum_{i=1}^n c_i \mathbf{X}_i, \quad \mathbf{V}_2 = \sum_{i=1}^n d_i \mathbf{X}_i.$$

Igazoljuk, hogy $\mathbf{V}_1 \sim N_k(\sum_{i=1}^n c_i \mathbf{m}_i, \sum_{i=1}^n c_i^2 \Sigma)$, és $(\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2)$ együttesen normálisok, és kovarianciamátrixuk

$$\begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n c_i^2 \Sigma & \sum_{i=1}^n b_i c_i \Sigma \\ \sum_{i=1}^n b_i c_i \Sigma & \sum_{i=1}^n d_i^2 \Sigma \end{pmatrix}.$$

Azaz \mathbf{V}_1 és \mathbf{V}_2 függetlenek, ha $\sum_{i=1}^n b_i c_i = 0$.