
MATEMATIKA INFORMATIKUSOKNAK 1. (DiMat1)

8. FELADATSOR

KOMPLEX SZÁMOK, POLINOMOK

MN1841GA

8.1. Feladat. Kanonikus alakban számolva végezzük el a következő műveleteket, adjuk meg a végeredmény kanonikus alakját:

- | | | |
|------------------------------------|---|--|
| (a) i^{2027} , | (b) i^{-22} , | (c) $(3 + 5i)(2 - 7i)$, |
| (d) $(-6 + 9i + 4 - 8i) \cdot i$, | (e) $ -3 + 4i \cdot (-3 - i)$, | (f) $\frac{-7 - i}{1 + 4i}$, |
| (g) $\frac{1 + 3i}{3 + 2i}$, | (h) $\frac{(-2 + 3i)(8 + i)}{(-4 - 7i)(1 - i)}$, | (i) $\frac{\operatorname{Re}(3 + 5i) - (4 - 2i)}{(3 - 2i) + \operatorname{Im}(6 + i)}$. |

8.2. Feladat. Váltuk át a következő φ szögeket fokból radiánba, ábrázoljuk az egységkörön, és határozzuk meg $\cos \varphi$ és $\sin \varphi$ értékét számológép használata nélkül.

- | | | | |
|----------|----------|----------|----------|
| (a) 0, | (b) 30, | (c) 45, | (d) 60, |
| (e) 90, | (f) 120, | (g) 135, | (h) 150, |
| (i) 180, | (j) 210, | (k) 225, | (l) 240, |
| (m) 270. | (n) 300, | (o) 315, | (p) 330. |

8.3. Feladat. Ábrázoljuk az alábbi kanonikus alakban megadott komplex számokat a Gauss-féle számsíkon, és írjuk át trigonometrikus és exponenciális alakba ezeket:

- | | | |
|-----------------------|------------------------------|------------------------|
| (a) 3, | (b) -5 , | (c) i , |
| (d) $-4i$, | (e) $\sqrt{2} + \sqrt{2}i$, | (f) $1 - i$, |
| (g) $1 - \sqrt{3}i$, | (h) $-\sqrt{3} - i$, | (i) $-3 + \sqrt{3}i$. |

8.4. Feladat. Ábrázoljuk az alábbi trigonometrikus vagy exponenciális alakban megadott komplex számokat a Gauss-féle számsíkon, és írjuk át kanonikus alakba ezeket:

- | | | |
|---|---|-----------------------------|
| (a) $2(\cos 0 + i \sin 0)$, | (b) $3e^{\frac{3\pi}{2}i}$, | (c) $2e^{\frac{\pi}{4}i}$, |
| (d) $\sqrt{2}(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4})$, | (e) $\cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6}$, | (f) $e^{\frac{5\pi}{6}i}$, |
| (g) $2(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3})$. | | |

8.5. Feladat. Trigonometrikus vagy exponenciális alakkal számolva határozzuk meg az alábbi műveletek eredményét, majd adjuk meg az eredmény kanonikus alakját is:

- | | | |
|--|----------------------------|----------------------------------|
| (a) $(\sqrt{3} - i)(2 - 2\sqrt{3}i)$, | (b) $(-2 - 2i)(-5 + 5i)$, | (c) i^{14} , |
| (d) $(\sqrt{3} - i)^{67}$, | (e) $(1 + i)^{1222}$, | (f) $(-3 - 3\sqrt{3}i)^{1526}$. |

8.6. Feladat. Adjuk meg trigonometrikus és kanonikus alakban a következő gyökvonások eredményét.

- | | | |
|----------------------|-------------------------|-------------------------------|
| (a) $\sqrt{9}$, | (b) $\sqrt{-4}$, | (c) $\sqrt{i}$, |
| (d) $\sqrt{-16i}$, | (e) $\sqrt{-15 + 8i}$, | (f) $\sqrt{2 + 2\sqrt{3}i}$, |
| (g) $\sqrt[3]{-8}$, | (h) $\sqrt[3]{-8i}$, | (i) $\sqrt[3]{-8 + 8i}$. |

8.7. Feladat. Határozzuk meg a következő polinomok gyökeit. Adjuk meg a gyöktényezős felbontásukat is.

(a) $x^2 + 1$,

(b) $x^2 + 6x + 10$,

(c) $x^2 + 2ix - 1$,

(d) $x^3 + 8$,

(e) $x^4 + 9x^2$,

(f) $x^4 - 16$,

(g) $x^4 + 18x^2 + 81$.