
MATEMATIKA INFORMATIKUSOKNAK 1. (DiMat1)

7. FELADATSOR

SZÁMRENDSZEREK, SZÁMELMÉLET

MN1841GA

7.1. Számrendszerek

7.1. Feladat. Váltuk át a következő számokat decimális (tízes) számrendszerbe. (Az, hogy milyen számrendszerben van felírva a szám, a jobb alsó indexben található.)

- | | |
|--------------------|--------------------|
| (a) 10011_2 , | (b) 10011010_2 , |
| (c) 11110111_2 , | (d) 10100011_2 , |
| (e) $A3_{16}$, | (f) 129_{16} , |
| (g) $13A_{16}$, | (h) $25F_{16}$. |

7.2. Feladat. Váltuk át bináris (kettes) számrendszerbe a következő decimális (tízes) számrendszerben megadott számokat. Ellenőzésként írja fel a számot 2-hatványok összegeként is.

- | | |
|------------------|------------------|
| (a) 39_{10} , | (b) 73_{10} , |
| (c) 141_{10} , | (d) 200_{10} . |

7.3. Feladat. Váltuk át hexadecimális (tizenhatos) számrendszerbe a következő decimális (tízes) számrendszerben megadott számokat.

- | | |
|------------------|------------------|
| (a) 73_{10} , | (b) 259_{10} , |
| (c) 299_{10} , | (d) 319_{10} . |

7.4. Feladat. Váltuk át hexadecimális számrendszerbe a következő bináris számrendszerben megadott számokat.

- | | |
|----------------------------|----------------------|
| (a) 1011_2 , | (b) 111010_2 , |
| (c) 110110_2 , | (d) 10010011_2 , |
| (e) 11001001_2 , | (f) 1010011101_2 , |
| (g) 1011101110011100_2 . | |

7.5. Feladat. Váltuk át bináris számrendszerbe a következő hexadecimális számrendszerben megadott számokat.

- | | |
|-----------------|------------------|
| (a) AB_{16} , | (b) $4F_{16}$, |
| (c) $F1_{16}$, | (d) 234_{16} . |

7.6. Feladat. Írjuk át a következő tizedestörtöket bináris számrendszerbe. Ha hamarabb nem ér véget az algoritmus, akkor 5 számjegyre számoljuk a törtrészt.

- | | |
|--------------------|-------------------|
| (a) $0,3_{10}$, | (b) $0,4_{10}$, |
| (c) $0,12_{10}$, | (d) $0,36_{10}$, |
| (e) $0,375_{10}$, | (f) $12,4_{10}$. |

7.7. Feladat. Végezzük el a következő összeadásokat abban a számrendszerben, amiben a számok meg vannak adva. A számolás során jelöljük a továbbvitt számjegyeket is.

- | | |
|------------------------------|-------------------------------|
| (a) $100110_2 + 101101_2$, | (b) $110110_2 + 10011_2$, |
| (c) $1010111_2 + 110110_2$, | (d) $1001011_2 + 101101_2$, |
| (e) $A34F_{16} + 215_{16}$, | (f) $13A4_{16} + F29_{16}$, |
| (g) $253A_{16} + D4B_{16}$, | (h) $12BA_{16} + 39A7_{16}$. |

7.2. Számelmélet

7.8. Feladat. Adjuk meg a 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 8-cal, 9-cel, 10-zel való oszthatóságra vonatkozó ismert szabályokat.

7.9. Feladat. Bontsuk prímszámhatványtényezőkre a következő természetes számokat, és határozzuk meg a pozitív osztóik számát.

- | | |
|-----------|-----------|
| (a) 88, | (b) 140, |
| (c) 360, | (d) 495, |
| (e) 2310, | (f) 2808. |

7.10. Feladat. Bontsuk prímszámhatványtényezőkre a következő a, b természetes számokat, és határozzuk meg a legnagyobb közös osztójukat és a legkisebb közös többszörösüket.

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| (a) $a = 40, b = 84$, | (b) $a = 42, b = 77$, |
| (c) $a = 88, b = 60$, | (d) $a = 140, b = 126$, |
| (e) $a = 360, b = 108$, | (f) $a = 495, b = 525$. |

7.11. Feladat. Osszuk el maradékosan az a egész számot b -vel, határozzuk meg a hányadost és a maradékot (a maradék nemnegatív szám legyen).

- | | |
|-------------------------|------------------------|
| (a) $a = 13, b = 5$, | (b) $a = 38, b = 5$, |
| (c) $a = 0, b = 3$, | (d) $a = 2, b = -5$, |
| (e) $a = -30, b = 4$, | (f) $a = 39, b = -8$, |
| (g) $a = -47, b = -4$, | (h) $a = 44, b = -7$. |

7.12. Feladat. Határozzuk meg euklideszi algoritmussal az alábbi a, b egész számok legnagyobb közös osztóját, és adjuk meg legkisebb közös többszörösüket.

- | | |
|-----------------------------|-----------------------------|
| (a) $a = 56, b = 40$, | (b) $a = 35, b = 80$, |
| (c) $a = 36, b = -21$, | (d) $a = 78, b = 30$, |
| (e) $a = 368, b = 161$, | (f) $a = -539, b = -1001$, |
| (g) $a = 1253, b = -3241$, | (h) $a = -1183, b = 1573$. |

7.13. Feladat. Mutassuk meg, hogy 3 osztója a $2025^{2008} + 1848^{2010} - 1476^{2012}$ kifejezésnek.

7.14. Feladat. Flóra az édesapja 28. születésnapján született. Legfeljebb hányszor lehet Flóra életkora osztója az édesapja életkorának?

7.15. Feladat. Mutassuk meg, hogy ha c és d egész számok és $2c - 3d$ osztható 7-tel, akkor $18c - 6d$ is osztható 7-tel.

7.16. Feladat. Mutassuk meg, hogy ha x és y egész számok és $x + y$ és $6x - 5y$ is osztható 11-gyel, akkor $8x - 3y$ is osztható 11-gyel.

7.17. Feladat. Ma péntek van, a hét melyik napja lesz 80 nap múlva?

7.18. Feladat. A szomszéd néni 103. születésnapjára a családja meglepetés partit szervez, aminek a végén pontosan 103 db tűzijátékot lőnek fel. A tűzijátékok színei a következő sorrendben változnak: kék, sárga, fehér, zöld, piros, zöld, majd ebben a sorrendben ismétlődnek. Milyen színű a 60., a 80., és az utolsó fellőtt tűzijáték?

7.19. Feladat. Hány alma van a kosárban, ha az almákat négyesével rakjuk ki, akkor 3 alma marad meg, ha ötösével rakjuk sorokba, akkor 4 alma, és ha hatosával, akkor pedig 5 alma marad ki és tudjuk, hogy 100-nál kevesebb az almák száma?

7.20. Feladat. Egy kis faluba a mobil zöldséges 8 naponta jár, a mobil hentes pedig 6 naponta. Egy keddi napon mindkettő a faluban volt. Hány nap múlva, és a hét melyik napján lesz legközelebb zöldséges és hentes is a faluban?

7.21. Feladat. Egy 480 cm széles és 330 cm hosszú szobát akarunk kitapétázni. A tapétát azonos szélességű függőleges csíkokban szeretnénk feltenni minden falra. Maximum milyen széles csíkokat vágjunk, hogy minden falra pontosan egész számú tapétacsík férjen ki?

7.22. Feladat. Marci anyukája kettő kocka alakú dobozba szeretné bepakolni a kisfiú építőkockáit. Az egyik doboz élhosszúsága 27 cm, a másik dobozé 72 cm. Mekkora lehetnek maximum az építőkockák élei, ha tudjuk, hogy minden kocka ugyanakkora méretű és mindkét dobozt meg tudja pakolni úgy, hogy pontosan (hézag nélkül) beleférnek az építőkockák?

7.23. Feladat. Hány olyan 100-nál kisebb n természetes szám van, amelyre $\lnko(n, 36) = 6$ teljesül?

7.24. Feladat. Bálint és Bandi a futópálya azonos pontjából egyszerre, egy irányba, tempójukon nem változtatva futni kezdenek. Bálint egy kört 84 másodperc alatt, Bandi pedig 72 másodperc alatt tesz meg. Mennyi idő múlva lesznek legközelebb egyszerre a kiindulási pontban? Hány kört futottak addig egyenként?

7.25. Feladat. Kirándulni indultunk autóval. Egy út mentén, ahol éppen haladunk, az egyik oldalon 24 méterenként fák, másik oldalon 42 méterenként villanyoszlopok állnak. Most elhaladunk egy olyan helyen, ahol pontosan a villanyoszloppal szemben egy fa van. Hány méterrel odébb fordulhat újra elő?

7.26. Feladat. Egy villamos egyik végállomásáról két különböző irányba indítanak villamosokat. Az I. villamost 12 percenként indítják, a II. villamost 15 percenként. Reggel 6 órakor egyszerre indul a két különböző irányba villamos. Mikor indítják a villamosokat legközelebb egyszerre? Reggel 7 óra után és délután 4 óra előtt hányszor indítják egyszerre a két villamost?

7.27. Feladat. Három barátnő közül Dóra 2 naponta rendszeresen biciklizik, Ella 3 naponként lovagol, Bori pedig 5 naponta kézilabdázik. Hányszor fordulhat elő egy 30 napos hónapban, hogy mindhárman ugyanazon a napon végzik a sporttevékenységüket? Hányszor lehet olyan nap a hónapban, amikor pontosan ketten sportolnak közülük?

7.28. Feladat. Az Óperenciás Tengeren is túl él egy 100 fejű sárkány. A királylány kezéért küzdő szegény legény elindul, hogy legyőzze a bestiát. Segítségül kap egy varázslatos fegyvert: egy kardot, mellyel egy csapásra pontosan 8, 9 vagy 10 fejét tudja levágni a sárkánynak. Sajnos 8 fej levágása esetén a sárkánynak 14 új feje nő ki, ha 9 fejet vág le, akkor 6, ha 10 fejet, akkor pedig 13 nő ki. Ha a sárkány összes feje lehullott, nem nő ki több. Hogyan tudja legyőzni a hősünk a sárkányt?

7.29. Feladat. Melyik az a két természetes szám, amelyek legnagyobb közös osztója 6, a legnagyobb közös osztó keresésekor az euklideszi algoritmusban 3 maradékos osztást végeztünk (azaz a harmadik maradékos osztásnál lett 0 a maradék). Továbbá tudjuk, hogy a hányadosok egymás utáni természetes számok voltak (növekvő sorrendben), és a hányadosok összege 9.