
MATEMATIKA INFORMATIKUSOKNAK 1. (DiMat1)

7. FELADATSOR

SZÁMRENDSZEREK, SZÁMELMÉLET

MN1841GA

A 7. feladatsor feladatainak megoldása

7.1. Számrendszerek

7.1. Feladat.

- (a) $10011_2 = 19_{10}$, (b) $10011010_2 = 154_{10}$,
(c) $11110111_2 = 247_{10} = (255_{10} - 8_{10})$, (d) $10100011_2 = 163_{10}$,
(e) $A_{16} = 163_{10}$, (f) $129_{16} = 297_{10}$,
(g) $13A_{16} = 314_{10}$, (h) $25F_{16} = 607_{10}$.

↪ **videók:** [7.1. Feladat: \(a\) és \(c\)](#), [7.1. Feladat: \(e\) és \(h\)](#)

7.2. Feladat.

- (a) $39_{10} = 100111_2$, $39 = 2^5 + 2^2 + 2^1 + 2^0$, (b) $73_{10} = 1001001_2$, $73 = 2^6 + 2^3 + 2^0$,
(c) $141_{10} = 10001101_2$, $141 = 2^7 + 2^3 + 2^2 + 2^0$, (d) $200_{10} = 11001000_2$, $200 = 2^7 + 2^6 + 2^3$.

↪ **videó:** [7.2. Feladat: \(a\) és \(c\)](#)

7.3. Feladat.

- (a) $73_{10} = 49_{16}$, (b) $259_{10} = 103_{16}$,
(c) $299_{10} = 12B_{16}$, (d) $319_{10} = 13F_{16}$.

↪ **videó:** [7.3. Feladat: \(b\) és \(d\)](#)

7.4. Feladat.

- (a) $1011_2 = B_{16}$, (b) $111010_2 = 3A_{16}$,
(c) $110110_2 = 36_{16}$, (d) $10010011_2 = 93_{16}$,
(e) $11001001_2 = C9_{16}$, (f) $1010011101_2 = 29D_{16}$,
(g) $1011101110011100_2 = BB9C_{16}$.

↪ **videó:** [7.4. Feladat: \(b\) és \(f\)](#)

7.5. Feladat.

- (a) $AB_{16} = 10101011_2$, (b) $4F_{16} = 1001111_2$,
(c) $F1_{16} = 11110001_2$, (d) $234_{16} = 1000110100_2$.

↪ **videó:** [7.5. Feladat: \(b\) és \(d\)](#)

7.6. Feladat.

- (a) $0,3_{10} \approx 0,01001_2$,
(c) $0,12_{10} \approx 0,00011_2$,
(e) $0,375_{10} = 0,011_2$,

- (b) $0,4_{10} \approx 0,01100_2$,
(d) $0,36_{10} \approx 0,01011_2$,
(f) $12,4_{10} \approx 1100,01100_2$.

↪ videó: [7.6. Feladat: \(a\)](#), [7.6. Feladat: \(d\)](#)

7.7. Feladat.

- (a) $100110_2 + 101101_2 = 1010011_2$,
(c) $1010111_2 + 110110_2 = 10001101_2$,
(e) $A34F_{16} + 215_{16} = A564_{16}$,
(g) $253A_{16} + D4B_{16} = 3285_{16}$,

- (b) $110110_2 + 10011_2 = 1001001_2$,
(d) $1001011_2 + 101101_2 = 1111000_2$,
(f) $13A4_{16} + F29_{16} = 22CD_{16}$,
(h) $12BA_{16} + 39A7_{16} = 4C61_{16}$.

↪ videó: [7.7. Feladat: \(a\) és \(d\)](#), [7.7. Feladat: \(e\) és \(h\)](#)

7.2. Számelmélet

7.8. Feladat. Oszthatósági szabályok:

- egy egész szám osztható 2-vel $\Leftrightarrow$ utolsó számjegye osztható 2-vel;
- egy egész szám osztható 3-mal $\Leftrightarrow$ számjegyeinek összege osztható 3-mal;
- egy egész szám osztható 4-gyel $\Leftrightarrow$ utolsó két számjegyből álló szám osztható 4-gyel;
- egy egész szám osztható 5-tel $\Leftrightarrow$ utolsó számjegye osztható 5-tel (azaz utolsó számjegye 0 vagy 5);
- egy egész szám osztható 8-cal $\Leftrightarrow$ utolsó három számjegyből álló szám osztható 8-cal;
- egy egész szám osztható 9-cel $\Leftrightarrow$ számjegyeinek összege osztható 9-cel;
- egy egész szám osztható 10-zel $\Leftrightarrow$ utolsó számjegye osztható 10-zel (azaz utolsó számjegye 0);

7.9. Feladat. Jelölje $\tau(n)$ az n természetes szám osztóinak számát.

- (a) $88 = 2^3 \cdot 11$, $\tau(88) = 8$,
(c) $360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$, $\tau(360) = 24$
(e) $2310 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$, $\tau(2310) = 32$,
- (b) $140 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$, $\tau(140) = 12$,
(d) $495 = 3^2 \cdot 5 \cdot 11$, $\tau(495) = 12$,
(f) $2808 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 13$, $\tau(2808) = 32$.

↪ videó: [7.9. Feladat: \(b\)](#)

7.10. Feladat.

- (a) $a = 40 = 2^3 \cdot 5$, $b = 84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$, lnko: 4, lkkt: $2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 840$,
(b) $a = 42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$, $b = 77 = 7 \cdot 11$, lnko: 7, lkkt: $2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 = 462$,
(c) $a = 88 = 2^3 \cdot 11$, $b = 60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$, lnko: 4, lkkt: $2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 = 1320$,
(d) $a = 140 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$, $b = 126 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$, lnko: 14, lkkt: $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = 1260$,
(e) $a = 360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$, $b = 108 = 2^2 \cdot 3^3$, lnko: 36, lkkt: $2^3 \cdot 3^3 \cdot 5 = 1080$,
(f) $a = 495 = 3^2 \cdot 5 \cdot 11$, $b = 525 = 3 \cdot 5^2 \cdot 7$, lnko: 15, lkkt: $3^2 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 11 = 17325$.

↪ videó: [7.10. Feladat: \(b\) és \(e\)](#)

7.11. Feladat. A hányadost jelölje q , a maradékot r .

(a) $q = 2, r = 3,$

(b) $q = 7, r = 3,$

(c) $q = 0, r = 0,$

(d) $q = 0, b = 2,$

(e) $q = -8, r = 2,$

(f) $q = -4, r = 7,$

(g) $q = 12, r = 1,$

(h) $q = -6, r = 2.$

↪ videó: [7.11. Feladat: \(b\) és \(f\)](#)

7.12. Feladat.

(a) $\text{lko}(a, b) \sim 8, \text{lkt}(a, b) \sim 280,$

(b) $\text{lko}(a, b) \sim 5, \text{lkt}(a, b) \sim 560,$

(c) $\text{lko}(a, b) \sim 3, \text{lkt}(a, b) \sim 252,$

(d) $\text{lko}(a, b) \sim 6, \text{lkt}(a, b) \sim 390,$

(e) $\text{lko}(a, b) \sim 23, \text{lkt}(a, b) \sim 2576,$

(f) $\text{lko}(a, b) \sim 77, \text{lkt}(a, b) \sim 7007,$

(g) $\text{lko}(a, b) \sim 7, \text{lkt}(a, b) \sim 580139,$

(h) $\text{lko}(a, b) \sim 13, \text{lkt}(a, b) \sim 143143.$

↪ videó: [7.12. Feladat: \(b\)](#)

7.13. Feladat. A 2025, az 1848 és az 1476 is osztható 3-mal, tehát ezeknek bármelyik hatványa és a hatványok összege/különbsége is osztható 3-mal.

7.14. Feladat. Legyen Flóra életkora n , ekkor az édesapjának az életkora $n + 28$. Mikor lesz $n \mid n + 28$ igaz? Tudjuk, hogy ha $n \mid n + 28$ és $n \mid n$, akkor $n \mid ((n + 28) - n) = 28$, azaz n osztója 28-nak. A $28 = 2^2 \cdot 7$ -nek $(2 + 1)(1 + 1) = 6$ pozitív osztója van: 1, 2, 4, 7, 14, 28. Tehát legfeljebb 6-szor lesz Flóra életkora osztója az édesapja életkorának.

↪ videó: [7.14. Feladat](#)

7.15. Feladat. Mivel $18c - 6d = 9(2c - 3d) + 21d$, így, ha $2c - 3d$ osztható 7-tel, akkor $18c - 6d$ is.

7.16. Feladat. Mivel $8x - 3y = 2(x + y) + (6x - 5y)$, így, ha $x + y$ és $6x - 5y$ osztható 11-gyel, akkor $8x - 3y$ is.

↪ videó: [7.16. Feladat](#)

7.17. Feladat. Mivel a $80 = 7 \cdot 11 + 3$, így péntekhez képest 3 nap múlik el, azaz hétfő lesz.

7.18. Feladat. A tűzijátékok színei hatosával ismétlődnek, tehát a 60, a 80 és a 103 számok 6-tal vett osztási maradékát kell vizsgálnunk: $60 = 10 \cdot 6 + 0$; $80 = 13 \cdot 6 + 2$; $103 = 17 \cdot 6 + 1$, azaz a 60. tűzijáték zöld, a 80. sárga, a 103. kék.

↪ videó: [7.18. Feladat](#)

7.19. Feladat. A kosárban legyen $n < 100$ db alma. Tudjuk, hogy $4 \mid n - 3$; $5 \mid n - 4$ és $6 \mid n - 5$. Tehát $n + 1$ osztható 4-gyel, 5-tel és 6-tal is; $n + 1 = c \cdot \text{lkt}(4, 5, 6) = 60$, de $n < 100$, így $c = 1$. Amiből kapjuk, hogy 59 db alma van a kosárban.

7.20. Feladat. Hentes és zöldséges $\text{lkt}(6, 8) = 24$ nap múlva, pénteken lesz a faluban.

7.21. Feladat. Maximum $\text{lko}(480, 330) = 30$ cm-es csíkok lehetnek.

7.22. Feladat. Maximum $\text{lko}(72, 27) = 9$ cm-esek az építőkockák élei.

↪ videó: [7.22. Feladat](#)

7.23. Feladat. Mivel $36 = 2^2 \cdot 3^2$, így n prímtényezős felbontásában a 2 és a 3 pontosan első hatványon szerepel. A $2 \cdot 3$ szorzatot a következő prímek közül eggyel szorozhatjuk meg, hogy 100-nál kisebb számot kapjunk: 5, 7, 11, 13, és még az is megfelel, ha $n = 6$. Azaz 5 lehetséges értéke van n -nek: 6, 30, 42, 66, 78.

7.24. Feladat. $\text{lkt}(84, 72) = 504$ másodperc múlva; ezalatt Bálint 6, Bandi 7 kört futott.

7.25. Feladat. $\text{lkt}(24, 42) = 168$ m múlva.

7.26. Feladat. $\text{lkt}(12, 15) = 60$ perc múlva, tehát óránként. Ez azt jelenti, hogy 7 után és délután 4 előtt 8-szor indítják egyszerre a villamosokat.

7.27. Feladat. Mivel $\text{lkt}(2, 3, 5) = 30$, így egy 30 napos hónapban egyszer sportolnak mindhárman ugyanazon a napon. Továbbá $\text{lkt}(2, 3) = 6$, $\text{lkt}(2, 5) = 10$, $\text{lkt}(3, 5) = 15$, tehát Dóra és Ella 5-ször, Dóra és Bori 3-szor, Ella és Bori pedig 2-szer sportol ugyanazon a napon. Ez összesen $5 + 3 + 2 - 3 = 7$ alkalom, mert le kell vonni mindhárom esetben azt a napot, amikor mindhárman sportolnak.

↪ videó: [7.27. Feladat](#)

7.28. Feladat. Minden vágás után a fejek számának a különbsége 3-mal osztható ($-8 + 14 = 6$, $-9 + 6 = -3$, $-10 + 13 = 3$), és ezek közül csak abban az esetben csökken a fejek száma, ha 9-et vág le. Így 30 db „9-es vágással” a sárkánynak már csak 10 feje marad, majd egy „10-es vágással” végez a sárkánnyal.

7.29. Feladat. 180 és 78.