
MATEMATIKA INFORMATIKUSOKNAK 1. (DiMat1)

5. FELADATSOR

KOMBINATORIKA, GRÁFELMÉLET

MN1841GA

5.1. Kombinatorika

5.1. Feladat. Tizenkét könyvet szeretnénk a könyvespolcunkon elrendezni sorban. Hányféleképpen tehetjük ezt meg?

5.2. Feladat. Az ajándékboltban ötféle kristály kapható. Hányféleképpen tudunk kétfélét vásárolni?

5.3. Feladat. Öt diák vizsgázik. Hányféle eredménye lehet a vizsgának, ha tudjuk, hogy egy diák sem bukott meg, és a vizsgaértékelés ötfokozatú?

5.4. Feladat. Egy étteremben 4 munkatárs ebédel. Az étlapon 20 különböző étel van felsorolva. Hányféleképpen rendelhetnek, ha mindenki pontosan egy ételt rendel?

5.5. Feladat. Egy 6 fős röplabda csapatban egy feladót és egy ütőjátékost választanak. Hányféleképpen lehet ezt megtenni, ha egy ember nem lehet egyszerre feladó és ütő is?

5.6. Feladat. Egy bizottságnak 7 tagja van, elnököt és elnökhelyettest választanak. Hányféleképpen lehet ezt megtenni, ha a tagok egyike sem vállalhat egynél több feladatot?

5.7. Feladat. Hányféleképpen állíhatunk sorba 5 fekete, 3 piros és 4 zöld golyót?

5.8. Feladat. Hányféleképpen helyezhetünk el nyolc embert három szobában, ha a szobák egy, kettő és öt személyesek?

5.9. Feladat. Egy boltban 6-féle CD-t lehet kapni. Hányféleképpen lehet 4 CD-t vásárolni, ha egyféle CD-ből többet is vehetünk?

5.10. Feladat. Egy üzletben ötféle szaloncukrot lehet kapni: kókuszos, vajkaramellás, zselés, gumicukros és marcipános ízűt. Hányféleképpen lehet tíz szaloncukrot vásárolni, ha minden szaloncukorból van legalább tíz?

5.11. Feladat. Hányféleképpen választhatunk 30 darabot 100, 200 és 500 forintos bankjegyekből, ha feltételezzük, hogy mindegyikből van legalább 30 darab?

5.12. Feladat. Egy turistacsoport egy város 20 nevezetességét szeretné meglátogatni 4 nap alatt. Hányféleképpen tehetik ezt meg, ha 1 nap alatt akár az összes nevezetesség meglekinthető, és számít az, hogy egy adott napon milyen sorrendben tekintik meg a látnivalókat?

5.13. Feladat. Összesen 15 különböző csomagot kell házhoz vitetnünk egy kézbesítővel 3 nap alatt. Hányféleképpen történhet a kézbesítés, ha a kézbesítő akár egy nap alatt is tud 15 csomagot kézbesíteni, és számít az is, hogy egy napon belül milyen sorrendben kézbesíti a csomagokat.

5.14. Feladat. Hányféleképpen helyezhetünk el 24 különböző könyvet egy 7-polcos szekrényben, ha bármelyik polcon elfér mind a 24 könyv?

5.15. Feladat. Az ötös lottón 90 számból 5 számot húznak ki. Hányféle 3-találatos szelvény lehetséges egy héten? (Egy szelvényen 1-től 90-ig szerepelnek a számok, melyek közül a fogadó ötöt jelöl meg.)

5.16. Feladat. Az ajándékboltban ötféle mesekönyv, háromféle csokoládé és hatféle játék kapható. Hányféleképpen vásárolhat egy szülő gyermekének 4 különböző ajándékot úgy, hogy pontosan 2 mesekönyv legyen köztük?

5.17. Feladat. Egy négytagú társaság a következőképpen akar feljutni egy tetőteraszra: ketten lifttel mennek egyszerre, ketten pedig egymás után mászva a villámhárítón jutnak fel. Hányféle sorrendben érkezhettek meg a teraszra, ha feltesszük, hogy a lifttel utazó két személy egyszerre érkezik, de ezt leszámítva nincs egyidejű érkezés.

5.18. Feladat. Hányféleképpen ültetheti le Hófehérke a hét törpét egy padra úgy, hogy Tudor és Morgó ne üljön egymás mellett?

5.19. Feladat. Az a, b, c, d, e, f betűk sorbarendezései között hány olyan van, amelyben az a, b, c betűk nem egymás mellett állnak? (Bármely kettő állhat egymás mellett, de mind a három már nem!)

5.2. Gráfelmélet

5.20. Feladat. Lehetséges-e, hogy

- (a) egy 5-tagú társaságban mindenkinek 3 ismerőse van?
- (b) egy 4-tagú társaságban mindenkinek 3 ismerőse van?

Az ismeretségek kölcsönösek.

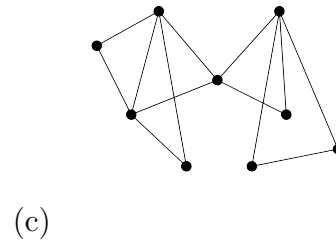
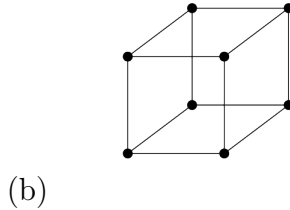
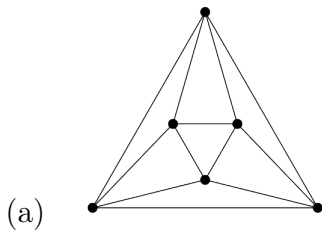
5.21. Feladat. Egy verseny során 8 csapat játszik körmérkőzést (azaz a végén mindenki mindenki-vel játszani fog). Előfordulhat-e, hogy egy adott pillanatban 1, 2, 2, 2, 4, 5, 7, 7 mérkőzést játszottak már le a csapatok?

5.22. Feladat. Lehetséges-e, hogy egy 5-pontú egyszerű gráf pontjainak fokszámai 1, 2, 2, 2, 3 legyenek? Ha igen, adjuk meg, hogy izomorfia erejéig hány ilyen gráf van. Határozzuk meg az ilyen gráfok éleinek a számát.

5.23. Feladat. Rajzoljunk olyan 5-pontú, egyszerű gráfot, amelynek két 3-fokú és két 4-fokú pontja van. Adjuk meg, hogy izomorfia erejéig hány ilyen gráf van. Határozzuk meg az ilyen gráfok éleinek a számát.

5.24. Feladat. Egy 6-pontú, egyszerű gráf pontjainak fokszámai: 2, 2, 3, 3, 5, 5. Hány ilyen gráf van izomorfia erejéig? Határozzuk meg az ilyen gráfok éleinek a számát.

5.25. Feladat. Vizsgáljuk meg, hogy a következő gráfokban van-e Hamilton-út, Hamilton-kör. A gráfok nagyobb méretben és interaktív formában megtalálhatók itt: [online Hamilton-út kereső](#)



5.26. Feladat. Izomorfia erejéig hány fa van, ami

- (a) 4-pontú?
- (b) 5-pontú?

5.27. Feladat. Izomorfia erejéig hány fa van, ami

- (a) 4-élű?
- (b) 5-élű?

5.28. Feladat. Egy 20-pontú fának 18 darab 1-fokú pontja (levele) van.

- (a) Mennyi lehet a további két pont fokszáma?
- (b) Hány élt tartalmaz a leghosszabb útja?
- (c) Izomorfia erejéig hány ilyen fa van?

5.29. Feladat. Egy erdő 5 fájában összesen 16 él van. Hány pontja van az erdőnek?

5.30. Feladat. Izomorfia erejéig hány erdő van, ami

- (a) 3-pontú?
- (b) 4-pontú?