
MATEMATIKA INFORMATIKUSOKNAK 1. (DiMat1)

3. FELADATSOR

HALMAZOK

MN1841GA

A 3. feladatsor feladatainak megoldásai

3.1. Feladat. (a) $A \cup B = \{a, b, c, d, e\} = U$,

(b) $A \cap B = \{d\}$,

(c) $\overline{B} = \{a, b, c\}$,

(d) $A \setminus B = \{a, b, c\}$,

(e) $A \triangle B = \{a, b, c, e\}$,

(f) $(A \triangle \overline{C}) \setminus \overline{B} = \emptyset$,

(g) $\mathcal{P}(B) = \{\emptyset, \{d\}, \{e\}, \{d, e\}\}$.

↪ videó: [3.1. Feladat](#)

3.2. Feladat. Mivel

$$A = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\} \quad \text{és} \quad B = \{\emptyset, \{b\}, \{c\}, \{b, c\}\},$$

ezért

(a) $A \cup B = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{b, c\}\}$,

(b) $A \cap B = \{\emptyset, \{b\}\}$,

(c) $A \setminus B = \{\{a\}, \{a, b\}\}$,

(d) $B \setminus A = \{\{c\}, \{b, c\}\}$,

(e) $A \triangle B = \{\{a\}, \{c\}, \{a, b\}, \{b, c\}\}$.

↪ videó: [3.2. Feladat](#)

3.3. Feladat.

(a) Igaz,

(b) igaz,

(c) igaz,

(d) igaz,

(e) hamis,

(f) igaz,

(g) igaz,

(h) igaz.

↪ videó: [3.3. Feladat](#)

3.4. Feladat. $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\mathcal{P}(\emptyset))) = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$

↪ videó: [3.4. Feladat](#)

3.5. Feladat.

(a) Igen,

(b) igen,

(c) nem,

(d) nem,

(e) nem,

(f) nem.

↪ videó: [3.5. Feladat: \(a\), \(c\) és \(e\)](#)

3.6. Feladat.

- (a) $\mathcal{C}_1 = \{\{1, 2\}, \{3, 4\}, \{5, 6\}, \{7\}\},$
(c) $\mathcal{C}_3 = \{\{1, 2, 3\}, \{4, 5, 6, 7\}\},$

- (b) $\mathcal{C}_2 = \{\{1, 2\}, \{3, 4\}, \{5, 6, 7\}\},$
(d) nem létezik ilyen osztályozás.

↗ videó: [3.6. Feladat](#)

3.7. Feladat.

- (a) $(A \setminus B) \setminus B = A \setminus B,$
(c) $A \setminus (B \setminus C) \neq (A \setminus B) \setminus C,$
(e) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C),$
(g) $(A \triangle B) \triangle (A \cap B) = A \cup B.$
- (b) $A = (A \cup B) \setminus (B \setminus A),$
(d) $A \cap (B \cup C) \neq (A \cup B) \cap (A \cup C),$
(f) $(A \cap B) \setminus (B \setminus (A \cup C)) = A \cap B,$

↗ videók: [3.7. Feladat: \(a\)](#), [3.7. Feladat: \(b\)](#), [3.7. Feladat: \(e\)](#)

3.8. Feladat. $\overline{A \cup (B \cap (C \cup D))} = \bar{A} \cap (\bar{B} \cup (\bar{C} \cap \bar{D}))$

↗ videó: [3.8. Feladat](#)

3.9. Feladat. $A \subseteq B$ teljesül, $A = B$ és $B \setminus A = \emptyset$ nem teljesül.

↗ videó: [3.9. Feladat](#)

3.10. Feladat.

(a)

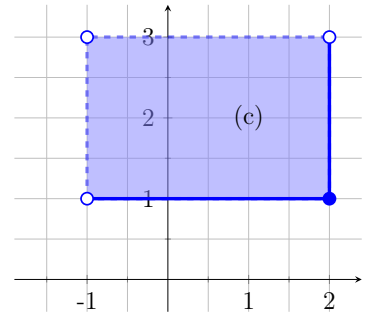
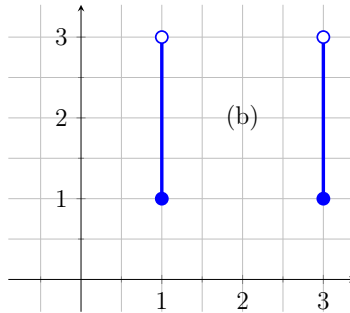
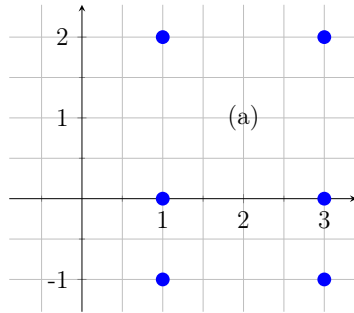
$$\begin{aligned} x \in (A \cap C) \cup (B \cap D) &\iff x \in (A \cup (B \cap D)) \cap (C \cup (B \cap D)) \\ &\iff x \in (A \cup B) \cap (A \cup D) \cap (C \cup B) \cap (C \cup D) \\ &\implies x \in (A \cup B) \cap (C \cup D) \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} x \in A \cap C \cap D &\nearrow x \in C \cup D \implies x \notin B \cap \overline{(C \cup D)} = B \setminus (C \cup D) \\ &\searrow x \in A \cap C \\ &\implies x \in (A \cap C) \setminus (B \setminus (C \cup D)) \end{aligned}$$

↗ videó: [3.10. Feladat: \(a\)](#)

3.11. Feladat.



↪ videó: [3.11. Feladat: \(a\)](#)

3.12. Feladat.

- (a) Igen, (b) igen,
(c) nem, (d) nem.

↪ videó: [3.12. Feladat: \(a\) és \(c\)](#)

3.13. Feladat.

- (a) $\alpha^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x\alpha^{-1} = \frac{x+1}{3}$,
(b) $\beta^{-1}: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+, x\beta^{-1} = x^2$,
(c) $\gamma^{-1}: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+, x\gamma^{-1} = \sqrt{x+4} - 2$,
(d) $\delta^{-1}: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+, x\delta^{-1} = \frac{\sqrt{x+1}-1}{2}$.

↪ videó: [3.13. Feladat: \(c\)](#)

3.14. Feladat.

- (a) $\alpha: \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{3, 5, 7, 9\}, x\alpha = 2x + 1$,
 $\alpha^{-1}: \{3, 5, 7, 9\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}, x\alpha^{-1} = \frac{x-1}{2}$,
(b) $\beta: \{1, 2, 3, \dots\} \rightarrow \{2, 3, 4, \dots\}, x\beta = x + 1$,
 $\beta^{-1}: \{2, 3, 4, \dots\} \rightarrow \{1, 2, 3, \dots\}, x\beta^{-1} = x - 1$,
(c) $\gamma: \{1, 2, 3, \dots\} \rightarrow \{2, 4, 6, \dots\}, x\gamma = 2x$,
 $\gamma^{-1}: \{2, 4, 6, \dots\} \rightarrow \{1, 2, 3, \dots\}, x\gamma^{-1} = \frac{x}{2}$,
(d) $\delta: \mathbb{N} \rightarrow \{\text{négyzetszámok}\}, x\delta = x^2$,
 $\delta^{-1}: \{\text{négyzetszámok}\} \rightarrow \mathbb{N}, x\delta^{-1} = \sqrt{x}$.

↪ videó: [3.14. Feladat: \(b\) és \(c\)](#)

3.15. Feladat.

- (a) $\alpha: (0; 1) \rightarrow (-2; 3), x\alpha = 5x - 2$
(b) $\beta: (1; 6) \rightarrow (4; 7), x\beta = \frac{3}{5}x + \frac{17}{5}$
(c) $\gamma: (0; 1) \rightarrow \mathbb{R}, x\gamma = \operatorname{tg}\left(\pi x - \frac{\pi}{2}\right)$

(d) $\delta: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+, x\delta = 2^x$

↪ videó: 3.15. Feladat: (b)

3.16. Feladat.

- | | | |
|-----------|-----------|----------|
| (a) Igen, | (b) igen, | (c) nem, |
| (d) igen, | (e) nem, | (f) nem, |
| (g) igen, | (h) igen, | (i) nem. |

↪ videók: 3.16. Feladat: (a)–(b) és (d), 3.16. Feladat: (f)

3.17. Feladat.

- (a) Mindenkit átküld az 1-gyel nagyobb számú szobába, és az új vendéget berakja az 1-es szobába, mert az üres lett.
- (b) Mindenkit át kell küldeni a 999999-cel nagyobb szobába, így az első 999999 számú szobák üresen maradnak. Oda elfér a 999999 új vendég.
- (c) Mindenki menjen át a kétszer akkora számú szobába, mint amiben most van. Ekkor a páratlan számú szobák üresen maradnak, tehát megszámlálhatóan végtelen sok szoba üres marad, oda mehetnek az új vendégek.