

1. Feladat. Legyen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -3 & -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Számítsa ki a következő mátrixokat:

(a) A^2 ;

(b) $AB^T, A^T B$;

(c) $(A - A^T)B$.

(x pont)

2. Feladat. Egy gazdaságban a munkanélküliek és a dolgozók közötti átmenetet az

$$A = \begin{pmatrix} 0.8 & 0.6 \\ 0.2 & 0.4 \end{pmatrix}$$

mátrix írja le (1 éves időtávon). A mátrix oszlopai a jelenlegi dolgozóknak / munkanélkülieknek felelnek meg, a sorok pedig a változásnak. Tehát a fenti mátrix azt jelenti, hogy egy év alatt a dolgozók 80%-a dolgozó marad, 20%-a munkanélkülivé válik, a munkanélkülieknek pedig 60%-a talál munkát és 40%-a marad munkanélküli. Jelenleg 4 000 000 dolgozó és 1 000 000 munkanélküli van. Mekkora lesz a munkanélküliségi ráta 1, 2 illetve 3 év múlva? Van-e egyensúlyi helyzete a munkanélküliségi rátának (vagyis olyan ráta, amely változatlan marad)?

(x pont)

3. Feladat. Határozza meg az alábbi determinánsok értékét:

(a) $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & 5 & 0 \\ 3 & 0 & 2 \end{vmatrix}$;

(b) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{vmatrix}$.

(x pont)

4. Feladat. Határozza meg az a valós paraméter értékét, ha tudja, hogy az

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & 2a \\ 1 & a & 1 \\ 2a & 1 & a \end{pmatrix}$$

mátrix determinánsa 0.

(x pont)

5. Feladat. Oldja meg a következő lineáris egyenletrendszert Gauss-elimináció vagy elemi bázistranszformáció alkalmazásával:

$$\begin{cases} 3x_1 - 4x_2 + 2x_3 + x_4 = 2 \\ -5x_1 - 2x_2 + 4x_3 + x_4 = 2 \\ -2x_1 - 6x_2 + 6x_3 + 2x_4 = 4 \end{cases}.$$

(x pont)

6. Feladat. Határozza meg az a és b valós paraméterek összes olyan értékét, amelyre a következő lineáris egyenletrendszernek pontosan egy megoldása van:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 2 \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0 \\ -x_1 - 8x_2 + bx_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = a \end{cases}$$

(x pont)

7. Feladat. Az a valós paraméter függvényében határozza meg, hogy hány megoldása van a következő lineáris egyenletrendszernek:

$$\begin{cases} ax_1 + x_2 - 2x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = a \\ x_1 + 2x_2 + ax_3 = 1 \end{cases}.$$

(A megoldásokat nem kell megadni, csak a számukat!)

(x pont)

8. Feladat. Számítsa ki a következő mátrix inverzét, ha létezik.

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 7 & 11 & 13 \\ 9 & 16 & 1 \end{pmatrix}$$

(x pont)

9. Feladat. Oldja meg az alábbi mátrixegyenletet:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}.$$

(x pont)