

Játékelmélet feladatsor ¹

Véges fákkal ábrázolt játékok

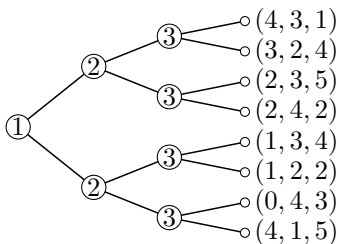
1. Feladat. Egy 20-pontú fának 18 darab 1-fokú pontja van.

- (a) Mennyi lehet a további két pont fokszáma?
- (b) Hány élt tartalmaz a leghosszabb útja?
- (c) Hány ilyen fa van, ha a pontokat nem különböztetjük meg?

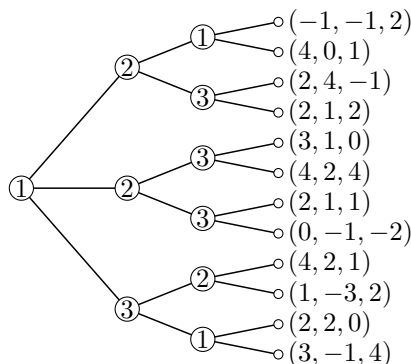
2. Feladat. Egy erdő 5 fájában összesen 16 él van. Hány pontja van az erdőnek?

3. Feladat. A síkban adott 14 különböző pont. Andi és Balázs felváltva kötnek össze két különböző pontot egy éllel. A játék kezdetén semelyik két pont sincs összekötve, az első élt Andi rajzolja. Az veszít, aki olyan élt rajzol be, amellyel a gráfban keletkezik kör. Milyen esélye van Andinak, illetve Balázsnak, hogy nyerjen?

4. Feladat. (*Kidolgozott feladat*) Határozza meg a következő véges gyökeres fával ábrázolt játék egyensúlyi pontját.



5. Feladat. Határozza meg a következő véges gyökeres fával ábrázolt játék egyensúlyát.



6. Feladat. Egy áruházlánc ellenőrzése alatt tart egy piacot, amire belép egy vállalkozó. Az áruházláncnak két stratégiája van: engedi, hogy a vállalkozó a piacon maradjon vagy kizsorítja. A vállalkozó stratégiái: megmarad a piacon vagy kilép. Az egyes kifizetések a következők: ha a vállalkozó kilép, akkor az áruházlánc nyeresége 4 egység a vállalkozóé 1 egység. Ha a vállalkozó nem lép ki a piacról, de az áruházlánc utána kizsorítja, akkor nem nyernek semmit, ha nem szorítja ki, akkor mindkét szereplő 3-3 egységet nyer. Adja meg a problémához tartozó véges gyökeres fát, és határozza meg az egyensúlyi pontját.

¹Ha a feladat sorszáma mellett az szerepel, hogy *kidolgozott feladat*, akkor a részletes megoldása megtalálható a megfelelő előadás vázlatban.

A $2 \times n$ -es és $n \times 2$ -es mátrixjátékok

7. Feladat. Az alábbi A mátrix egy 2×2 -es mátrixjáték kifizetési mátrixa. Adja meg mindkét játékos optimális stratégiáját, valamint a játék értékét.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

8. Feladat. Az alábbi A mátrix egy 2×2 -es mátrixjáték kifizetési mátrixa. Adja meg mindkét játékos optimális stratégiáját, valamint a játék értékét.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

9. Feladat. (*Kidolgozott feladat*) Az alábbi A mátrix egy 2×2 -es mátrixjáték kifizetési mátrixa. Adja meg mindkét játékos optimális stratégiáját, valamint a játék értékét.

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

10. Feladat. Andi és Balázs szócsatát játszik. Andi az $a, \tilde{u}$, míg Balázs az r, z, d betűkből választ egyet-egyet egyszerre. Ha Andi olyan értelmes szót tud alkotni a kiválasztott két betűből, ami nem ige, akkor 1 Ft-ot kap Balázstól, ha ige, akkor 5 Ft-ot kap, ha nem tud értelmes szót alkotni, akkor Balázs kap 3 Ft-ot Anditól. Adja meg a játék kifizetési mátrixát. Határozza meg mindkét játékos optimális stratégiáját, valamint a játék értékét.

11. Feladat. Az alábbi A mátrix egy 2×5 -ös mátrixjáték kifizetési mátrixa. Adja meg mindkét játékos optimális stratégiáját, valamint a játék értékét.

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 & 2 & 6 \\ 1 & 5 & 5 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

12. Feladat. Az alábbi A mátrix egy 2×5 -ös mátrixjáték kifizetési mátrixa. Adja meg mindkét játékos optimális stratégiáját, valamint a játék értékét.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 6 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 5 & 5 \end{pmatrix}.$$

13. Feladat. Az alábbi A mátrix egy 2×3 -as mátrixjáték kifizetési mátrixa. Adja meg grafikus módszer segítségével mindkét játékos optimális stratégiáját.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 6 \\ 4 & 7 & 1 \end{pmatrix}.$$

14. Feladat. Az alábbi A mátrix egy 2×3 -as mátrixjáték kifizetési mátrixa. Adja meg grafikus módszer segítségével mindkét játékos optimális stratégiáját.

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 3 \\ 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

15. Feladat. Az alábbi A mátrix egy 5×2 -es mátrixjáték kifizetési mátrixa. Adja meg grafikus módszer segítségével mindkét játékos optimális stratégiáját.

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 1 & 2 \\ 3 & -1 \\ -1 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}.$$

A 3×3 -as mátrixjátékok

16. Feladat. Az alábbi A mátrix egy 3×3 -as szimmetrikus mátrixjáték kifizetési mátrixa. Adja meg mindkét játékos optimális stratégiáját, valamint a játék értékét.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 3 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}.$$

17. Feladat. Az alábbi A mátrix egy 3×3 -as mátrixjáték kifizetési mátrixa. Alakítsa át a mátrixot úgy, hogy egy szimmetrikus mátrixjátékot kapjon. Adja meg mindkét játékos optimális stratégiáját, valamint a játék értékét.

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

18. Feladat. Az alábbi A mátrix egy 3×3 -as mátrixjáték kifizetési mátrixa. Adja meg mindkét játékos optimális stratégiáját, valamint a játék értékét.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 4 & 5 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

19. Feladat. (*Kidolgozott feladat.*) Az alábbi A mátrix egy 3×3 -as mátrixjáték kifizetési mátrixa. Adja meg az egyik játékos optimális stratégiáját, valamint a játék értékét. (Segítség: mind az első, mind a második játékos optimális stratégiájának mind a három komponense pozitív.)

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 4 & 1 \\ 0 & 7 & 4 \\ 4 & 2 & 8 \end{pmatrix}.$$

20. Feladat. Az alábbi A mátrix egy 3×3 -as mátrixjáték kifizetési mátrixa. Adja meg mindkét játékos optimális stratégiáját, valamint a játék értékét.

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 6 \\ 8 & -2 & 0 \\ 4 & 6 & 5 \end{pmatrix}.$$

21. Feladat. Az alábbi A mátrix egy 3×3 -as mátrixjáték kifizetési mátrixa. Adja meg mindkét játékos optimális stratégiáját, valamint a játék értékét.

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 3 \\ 8 & -2 & 3 \\ 4 & 6 & 5 \end{pmatrix}.$$

Diagonális játékok

22. Feladat. Az alábbi A mátrix egy 4×4 -es diagonális mátrixjáték kifizetési mátrixa. Adja meg mindkét játékos optimális stratégiáját, valamint a játék értékét.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$