

Mátrixjátékok megoldásának lépései

(előadásjegyzet, 2022. február 25.)

Kátai-Urbán Kamilla

A mátrixjátékok megoldása az optimális stratégia megkeresését jelenti.

1. lépés: Nyeregpont keresése. Ha találunk nyeregpontot, akkor a hozzá tartozó stratégiák optimális stratégiát adnak. Ha nincs nyeregpont, akkor a 2. lépéssel folytatjuk.

2. lépés: Domináns sorok, oszlopok keresése. Legyen A egy $m \times n$ -es mátrixjáték kifizetési mátrixa.

Az első játékos szempontjából a dominálás a következőt jelenti. Tekintsük a kifizetési mátrix i . és j . sorát:

$$A = \begin{pmatrix} a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{in} \\ a_{j1} & a_{j2} & \dots & a_{jn} \end{pmatrix}.$$

Ha az $a_{it} \leq a_{jt}$, $t = 1, 2, \dots, n$, akkor a j . sor *dominálja* az i . sort, tehát az első játékos nem választja az i . stratégiát, mert azzal mindenképp rosszabbul járna, ez a stratégia elhagyható. A második játékos szempontjából, ha a k . és l . oszlopát tekintjük a kifizetési mátrixnak:

$$A = \begin{pmatrix} a_{1k} & a_{1l} \\ \vdots & \vdots \\ a_{mk} & a_{ml} \end{pmatrix},$$

és $a_{tk} \leq a_{tl}$, $t = 1, 2, \dots, m$ teljesül, akkor a k . oszlop *dominálja* az l . oszlopot. A második játékos mindenképp többet veszítene, ha az l . oszlopot választaná, így az l . stratégia elhagyható.

3. lépés: Kevert stratégiák keresése.

1. Példa. Az alábbi mátrix egy 4×5 -ös mátrixjáték kifizetési mátrixa. Keressünk domináns sorokat és oszlopokat.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & -1 & 0 & 3 \\ -4 & 0 & -2 & 1 & 3 \\ 5 & 1 & 7 & 8 & 5 \end{pmatrix}.$$

Az első sor dominálja a 3. sort, mert az 1. sor elemei nagyobbak, mint a 3. sor megfelelő elemei, tehát az első játékosnak nem éri meg a 3. stratégiáját használni. Az első oszlop dominálja a 5. oszlopot, illetve a 3. oszlop dominálja a 4. oszlopot, mert a domináns oszlopok komponensei kisebb vagy egyenlők, mint a dominált oszlop megfelelő komponensei. Így a második játékos nem használja a 4. és 5. stratégiáját. A dominált sorok és oszlopok elhagyásával a következő mátrixot kapjuk:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & -1 \\ 5 & 1 & 7 \end{pmatrix}.$$