
DISZKRÉT MATEMATIKA I.

3. FELADATSOR

HALMAZOK

MBNXX111

3.1. Feladat. Legyen az alaphalmaz $U = \{a, b, c, d, e\}$ és tekintsük a következő halmazokat: $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{d, e\}$ és $C = \{a, b, e\}$. Határozzuk meg a következő halmazok elemeit:

- (a) $A \cup B$, (b) $A \cap B$, (c) $\overline{B}$, (d) $A \setminus B$,
(e) $A \Delta B$, (f) $(A \Delta \overline{C}) \setminus \overline{B}$, (g) $\mathcal{P}(B)$.

3.2. Feladat. Legyen $A = \mathcal{P}(\{a, b\})$ és $B = \mathcal{P}(\{b, c\})$. Határozzuk meg a következő halmazok elemeit:

- (a) $A \cup B$, (b) $A \cap B$, (c) $A \setminus B$, (d) $B \setminus A$,
(e) $A \Delta B$.

3.3. Feladat. Legyen $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$. Döntsük el, hogy az alábbiak közül melyik igaz és melyik hamis.

- (a) $\emptyset \in A$, (b) $\emptyset \subseteq A$, (c) $\{\emptyset\} \in A$, (d) $\{\emptyset\} \subseteq A$,
(e) $\{\{\emptyset\}\} \in A$, (f) $\{\{\emptyset\}\} \subseteq A$, (g) $\{\emptyset, \{\emptyset\}\} \in A$, (h) $\{\emptyset, \{\emptyset\}\} \subseteq A$.

3.4. Feladat. Határozzuk meg a $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\mathcal{P}(\emptyset)))$ halmaz elemeit.

3.5. Feladat. Döntsük el, hogy az $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ halmaz hatványhalmazának alábbi részalmazai osztályozásai-e az A halmaznak.

- (a) $\mathcal{C}_1 = \{\{a\}, \{c, d\}, \{b, e, f\}\}$, (b) $\mathcal{C}_2 = \{\{a, b\}, \{c, d, e\}, \{f\}\}$,
(c) $\mathcal{C}_3 = \{\{a, c\}, \{d\}, \{b, c, e, f\}\}$, (d) $\mathcal{C}_4 = \{\emptyset, \{a, c, d\}, \{b, e, f\}\}$,
(e) $\mathcal{C}_5 = \{\emptyset, \{a\}, \{d\}, \{b, e, f\}\}$, (f) $\mathcal{C}_6 = \{\{a, c\}, \{d\}, \{b, f\}\}$.

3.6. Feladat. Adjunk meg az $\{1, 2, \dots, 7\}$ halmazon egy olyan osztályozást, melynek

- (a) legalább 3 osztálya van;
(b) pontosan 3 osztálya van;
(c) két osztálya van és mindegyik legalább kételemű;
(d) három osztálya van és mindegyik legalább háromelemű.

3.7. Feladat. Döntsük el, hogy teljesülnek-e tetszőleges A, B, C halmazok esetén a következő egyenlőségek.

- (a) $(A \setminus B) \setminus B = A \setminus B$, (b) $A = (A \cup B) \setminus (B \setminus A)$,
(c) $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \setminus C$, (d) $A \cap (B \cup C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$,
(e) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$, (f) $(A \cap B) \setminus (B \setminus (A \cup C)) = A \cap B$,
(g) $(A \Delta B) \Delta (A \cap B) = A \cup B$

3.8. Feladat. Adjuk meg az $A \cup (B \cap (C \cup D))$ halmaz komplementerét az A, B, C, D halmazok és komplementereik segítségével.

3.9. Feladat. Döntsük el, hogy az alábbiak közül melyik igaz és melyik nem igaz, tetszőleges olyan A, B halmazokra, amelyekre $A \cup B \subseteq B$.

- (a) $A \subseteq B$, (b) $A = B$, (c) $B \setminus A = \emptyset$.

3.10. Feladat. Igazoljuk, hogy tetszőleges A, B, C, D halmazokra teljesül, hogy

- (a) $(A \cup B) \cap (C \cup D) \supseteq (A \cap C) \cup (B \cap D)$,
 (b) $(A \cap C) \setminus (B \setminus (C \cup D)) \supseteq A \cap C \cap D$.

3.11. Feladat. Határozzuk meg az alábbi A és B halmazok esetén $(A \times B)$ -t. Ábrázoljuk a kapott halmazt Descartes-féle koordináta-rendszerben.

- (a) $A = \{1, 3\}$, $B = \{-1, 0, 2\}$, (b) $A = \{1, 3\}$, $B = [1; 3)$,
 (c) $A = (-1; 2]$, $B = [1; 3)$.

3.12. Feladat. Előállnak-e a következő (kék) ponthalmazok a valós számok részhalmazainak Descartes-szorzataaként?

