
DISZKRÉT MATEMATIKA I.

2. FELADATSOR

A PREDIKÁTUMKALKULUS ELEMEI

MBNXK111

A 2. feladatsor feladatainak megoldása

2.1. Feladat. (a) A 7 páros szám.

- (b) A 4 négyzetszám, és 12 nemnegatív.
- (c) Minden szám 4-szerese osztható 2-vel.
- (d) A 6-nak létezik páros osztója.
- (e) Minden 4-gyel osztható szám páros.
- (f) Két egész szám összege pontosan akkor páros, ha a szorzatuk is az.
- (g) Minden négyzetszámnak van páros többszöröse.
- (h) Két egész szám szorzata akkor és csak akkor páratlan, ha legalább az egyik páratlan.
- (i) Létezik olyan páros szám, melynek nincs páros negatív osztója.

↪ videó: [2.1. feladat: \(a\)–\(b\) és \(d\)–\(g\)](#)

2.2. Feladat. A zárt formulák igazságértéke:

- | | | | |
|------------|------------|------------|------------|
| (a) igaz, | (b) hamis, | (c) hamis, | (d) hamis, |
| (e) igaz, | (f) hamis, | (g) igaz, | (h) igaz, |
| (i) hamis, | (j) igaz, | (k) igaz, | (l) hamis. |

↪ videó: [2.2. feladat: \(a\), \(e\)–\(f\) és \(i\)](#)

2.3. Feladat. Pirossal jelölve a **kötött előfordulást**, zölddel a **szabad előfordulást**:

- (a) $(\forall x)(K(\textcolor{red}{x}, \textcolor{green}{y}) \vee L(\textcolor{red}{x}))$,
- (b) $(\exists y)(I(s(\textcolor{red}{x}, \textcolor{green}{y})) \leftrightarrow (\forall x)(O(\textcolor{red}{x}, \textcolor{green}{y})))$,
- (c) $M(k(\textcolor{red}{x}, b), \textcolor{green}{x}) \wedge (\exists z)(M(\textcolor{green}{y}, k(\textcolor{red}{z}, a))))$,
- (d) $(\forall x) P(f(\textcolor{red}{x}, a), \textcolor{red}{x}) \rightarrow (\exists y)(P(f(\textcolor{green}{y}, \textcolor{red}{x}), \textcolor{green}{y}) \wedge Q(\textcolor{green}{x}))$

↪ videó: [2.3. feladat: \(a\)–\(c\)](#)

2.4. Feladat. (a) $(\exists x)(H(x) \wedge \neg V(x))$

- (b) $(\forall x)(H(x) \rightarrow V(x))$
- (c) $(\exists x)(H(x) \wedge \neg(\exists y)B(y, x))$
- (d) $(\exists x)(H(x) \wedge (\forall y)(T(y, x) \rightarrow C(y, x)))$
- (e) $(\exists x)(F(x) \wedge \neg(\exists y)(\neg F(y) \wedge T(y, x)))$
- (f) $(\forall x)(A(x) \rightarrow \neg F(x)) \wedge (\exists x)(\neg F(x) \wedge \neg A(x))$
- (g) $(\forall x)(B(x, p) \rightarrow H(x))$
- (h) $(\exists x)(H(x) \wedge (\neg S(a(x))))$

(i) $S(a(p))$

↪ **videók:** [2.4. feladat: \(a\)–\(c\)](#), [2.4. feladat: \(f\) és \(i\)](#)

2.5. Feladat. Predikátumok: $O(x, y)$: „ x osztja y -t”, $N(x)$: „ x nullára végződik”, $P(x)$: „ x pozitív”, $K(x, y)$: „ x kisebb y -nál”.

Függvények: $f(x)$: „ x négyzete”.

- (a) $(\forall x)(O(1, x) \wedge O(x, x))$
 $\neg[(\forall x)(O(1, x) \wedge O(x, x))] \equiv (\exists x)(\neg O(1, x) \vee \neg O(x, x))$
- (b) $(\forall x)(\exists y)K(y, x)$
 $\neg[(\forall x)(\exists y)K(y, x)] \equiv (\exists x)(\forall y)\neg K(y, x)$
- (c) $(\forall x)(O(10, x) \rightarrow N(x))$
 $\neg[(\forall x)(O(10, x) \rightarrow N(x))] \equiv (\exists x)(O(10, x) \wedge \neg N(x))$
- (d) $(\exists x)(K(x, 0) \wedge P(f(x)))$
 $\neg[(\exists x)(K(x, 0) \wedge P(f(x)))] \equiv (\forall x)(\neg K(x, 0) \vee \neg P(f(x)))$
- (e) $(\forall x)(P(x) \vee K(x, 0))$
 $\neg[(\forall x)(P(x) \vee K(x, 0))] \equiv (\exists x)(\neg P(x) \wedge \neg K(x, 0))$

↪ **videó:** [2.5. feladat: \(a\) és \(c\)](#)

2.6. Feladat. Individuumkonstansok: m : „Mézga Géza”.

Predikátumok: $I(x)$: „ x informatikus”, $E(x)$: „ x éhes”, $S(x)$: „ x szakács”, $K(x, y)$: „ x kedveli y -t”, $F(x, y)$: „ x főz y -nak”, $Sz(x)$: „ x szerencsés”, $G(x, y)$: „ x gyermeke y -nak”.

Függvények: $g(x)$: „ x gyereke”.

- (a) $(\forall x)(I(x) \rightarrow E(x))$
Tagadása: $(\exists x)(I(x) \wedge \neg E(x))$, *Van olyan informatikus, aki nem éhes.*
- (b) $(\forall x)((E(x) \wedge S(x)) \rightarrow F(x, x))$,
Tagadása: $(\exists x)(E(x) \wedge S(x) \wedge \neg F(x, x))$, *Van olyan éhes szakács, aki nem főz magának.*
- (c) $(\forall x)((E(x) \wedge I(x)) \rightarrow (\forall y)(S(y) \rightarrow K(x, y)))$,
Tagadása: $(\exists x)(E(x) \wedge I(x) \wedge (\exists y)(S(y) \wedge \neg K(x, y)))$, *Van olyan éhes informatikus, aki nem kedvel minden szakácsot.*
- (d) $(\exists x)(S(x) \wedge (\forall y)(F(x, y) \rightarrow I(y)))$,
Tagadása: $(\forall x)(S(x) \rightarrow (\exists y)(F(x, y) \wedge \neg I(y)))$, *A szakácsok nem csak informatikusoknak főznek.*
- (e) $(\forall x)(\forall y)((I(x) \wedge F(y, x) \wedge S(y)) \rightarrow K(x, y))$,
Tagadása: $(\exists x)(\exists y)(I(x) \wedge F(y, x) \wedge S(y) \wedge \neg K(x, y))$, *Van olyan informatikus, aki nem kedvel néhány neki főző szakácsot.*
- (f) $\neg Sz(m) \wedge (\forall x)(G(x, m) \rightarrow Sz(x))$,
Tagadása: $Sz(m) \vee (\exists x)(G(x, m) \wedge \neg Sz(x))$, *Mézga Géza szerencsés, vagy van olyan gyermeke, aki szerencsétlen.*
- (g) $(S(m) \wedge (\forall x)\neg E(x)) \rightarrow (\forall x)Sz(x)$,
Tagadása: $S(m) \wedge (\forall x)\neg E(x) \wedge (\exists x)\neg Sz(x)$, *Mézga Géza a szakács, senki sem éhes, és van aki nem szerencsés.*

↪ **kidolgozott feladat (pdf):** [2.6. feladat: \(a\) és \(e\)–\(f\)](#)