

## TUDNIVALÓK

- **A dolgozatban 8-9 feladat lesz.** A feladat pontszámok csak tájékoztató jellegűek, még változhatnak. A dolgozat értékelését a Coospace automatikusan elvégzi, a feladat szövegében szerepel, ha lehet részpontot is szerezni az adott feladatnál. **Minden feladathoz a számításokat is fel kell tölteni a gyakorlatvezető által megadott helyre. Csak akkor kapják meg a helyes megoldásért a feladatra a pontot, ha a megoldást a számolás alátámasztja.**
- **A Coospace-en a gyakorlatok színterén található egy minta-dolgozat a „Gyakorlótesztek”-nél, amit ezekből a mintafeladatokból állítottunk össze.** A gyakorlóteszt kitöltésének eredményét az oktatók nem látják, csak gyakorlásra szolgál. Ügyeljenek, hogy a válaszokat a megadott formában írják.
- A dolgozatot önállóan kell megoldani. A dolgozat első lapjára kézzel le kell írni a következő nyilatkozatot a saját nevükkel (nem kell aláírni).

..... kijelentem, hogy a zárthelyi dolgozat ideje alatt, és a feltöltési határidő lejártáig más személynek semmilyen segítséget nem adtam, és más személytől semmilyen segítséget nem fogadtam el. Tudomásul veszem az SZTE TTIK Tanulmányi és Vizsgaszabályzatában foglaltakat és bizonyított megszegés esetében a két félévre való tanulmányi felfüggesztést.

- A dolgozatot a Coospace-en a gyakorlat időpontjában írják, a gyakorlat színterén. A dolgozat elkezdésére 30 perc áll rendelkezésükre, a feladatok megoldására pedig a kezdéstől számítva 100 perc. A kézzel írt feladatmegoldások feltöltésének helyét és határidejét a gyakorlatvezetők adják meg.

**1. Feladat.**

Legyen  $\alpha$  és  $\beta$  a következő két leképezés:

$$\alpha: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x\alpha = 2^{x+1}, \quad \beta: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x\beta = 3 \cdot x.$$

Ekkor

$$x\alpha\beta = \dots$$

- $2^{3 \cdot (x+1)}$   
  $2^{3 \cdot x+1}$   
  $3 \cdot 2^{x+1}$   
  $(3 \cdot 2)^{x+1}$   
 A többi válasz nem helyes.

A helyes válasz önmagában nem elegendő, azt meg is kell írásban indokolni.

(4 pont)

**2. Feladat.** Döntse el, hogy injektív-e, szürjektív-e az

$$\alpha: \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, \quad (x, y) \mapsto xy$$

leképezés. (Mindkét tulajdonság esetén a jó válasz: 2 pont, rossz válasz: -0,5 pont, nincs válasz: 0 pont.) A helyes válasz önmagában nem elegendő, azt meg is kell írásban indokolni.

(4 pont)

**3. Feladat.**

Döntse el, hogy az alábbi halmazok számossága megegyezik-e  $\mathbb{N}$  számosságával.

- $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$   
  $\mathbb{N}^3$   
  $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$   
  $\mathbb{Z} \times \mathbb{N}$

(Minden halmaz esetén a jó válasz: 1 pont, rossz válasz: -0,25 pont, nincs válasz: 0 pont.) A helyes válasz önmagában nem elegendő, azt meg is kell írásban indokolni.

(4 pont)

**4. Feladat.** Határozza meg, mi a kanonikus alakja a következő szorzatnak:

$$(3 + 2i)(\overline{-4 - i}).$$

A szorzás eredményét kanonikus alakban adja meg úgy, hogy ne használjon szöközt, például a  $-3+4i$  egy lehetséges válasz. A helyes válasz önmagában nem elegendő, azt meg is kell írásban indokolni. (5 pont)

**5. Feladat.**

Határozza meg, mi a kanonikus alakja a következő hányadosnak:

$$\frac{-5 + 3i}{-4 - 2i}$$

- $\frac{7}{10} - \frac{11}{10}i$
- $\frac{13}{6} - \frac{11}{6}i$
- $\frac{7}{6} - \frac{11}{12}i$
- $-\frac{13}{10} + \frac{1}{10}i$
- A többi válasz nem helyes.

A helyes válasz önmagában nem elegendő, azt meg is kell írásban indokolni. (5 pont)

**6. Feladat.** Adja meg a  $-\sqrt{3} - i$  komplex szám abszolút értékét és argumentumát. A szöveget FOKBAN adja meg úgy, hogy a  $[0; 360)$  intervallumba essen. Először az abszolútértéket adja meg, majd vesszővel elválasztva a szöveget, ne használjon szöközt. Például az  $1, 270$  egy lehetséges válasz. A helyes válasz önmagában nem elegendő, azt meg is kell írásban indokolni. (5 pont)

**7. Feladat.**

Határozza meg a hatványozás eredményét kanonikus alakban:

$$\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right)^{-14}.$$

- $-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$
- $i$
- $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$
- $-i$
- A többi válasz nem helyes.

A helyes válasz önmagában nem elegendő, azt meg is kell írásban indokolni. (5 pont)

**8. Feladat.**

Döntse el, hogy melyek gyökei, és melyek nem az

$$x^4 - 3x^2 - 10$$

polinomnak.

- $-\sqrt{2}$
- $-\sqrt{2}i$
- $1 + \sqrt{2}i$
- $\sqrt{5}$
- $-\sqrt{5}i$

(Minden feladatrész esetén a jó válasz: 1 pont, rossz válasz:  $-0,25$  pont, nincs válasz: 0 pont.) A helyes válasz önmagában nem elegendő, azt meg is kell írásban indokolni. (5 pont)

**9. Feladat.** Határozza meg az  $(-1, 6)$ ,  $(2, -6)$ ,  $(5, 18)$  pontokra illeszkedő  $L$  Lagrange-polinomot. Válaszában az  $L$  polinom 4 helyen vett helyettesítési értékét adja meg, azaz határozza meg az  $L(4)$  számot. Ha az érték nem egész szám, akkor közönséges törtként adja meg, leegyszerűsített formában, például a  $-12/8$  számot  $-3/2$  alakban. A helyes válasz önmagában nem elegendő, azt meg is kell írásban indokolni. (5 pont)

**10. Feladat.** Legyen

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{és} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 5 & 9 \end{pmatrix}.$$

Számítsa ki az  $(A^T + B)C$  mátrixot, majd válaszként a kapott mátrix elemeinek összegét adja meg. A helyes válasz önmagában nem elegendő, azt meg is kell írásban indokolni. (5 pont)

**11. Feladat.** Határozza meg az

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

determinánst. A helyes válasz önmagában nem elegendő, azt meg is kell írásban indokolni. (5 pont)

**12. Feladat.** Határozza meg az  $(-1, 3, 2)$ ,  $(1, 0, -3)$ ,  $(1, 2, -3)$  helyvektorok által kifeszített paralelepipedon térfogatát. (Ügyeljen arra, hogy a térfogat nemnegatív szám.) A helyes válasz önmagában nem elegendő, azt meg is kell írásban indokolni. (5 pont)

**13. Feladat.** Határozza meg az

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$$

valós mátrix sajátértékeit.

Ha a mátrixnak két különböző valós sajátértéke van, azokat növekvő sorrendben sorolja fel, vesszővel elválasztva, a megoldásban ne használjon szóközt, például a  $-3,5$  egy lehetséges válasz. Ha a mátrixnak nincs valós sajátértéke, a válasza legyen  $x$ . A helyes válasz önmagában nem elegendő, azt meg is kell írásban indokolni. (5 pont)

**14. Feladat.** Adja meg az

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$$

mátrix inverzének elemeinek összegét. Ha az érték nem egész szám, akkor közönséges törtként adja meg, leegyszerűsített formában, például a  $-12/8$  számot  $-3/2$  alakban. A helyes válasz önmagában nem elegendő, azt meg is kell írásban indokolni. (5 pont)

**15. Feladat.** Gauss-elimináció segítségével határozza meg a kötött és a szabad ismeretlenek számát a következő lineáris egyenletrendszer esetén

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 - 3x_3 - x_4 &= -3 \\ 2x_1 - 3x_2 - 8x_3 - 2x_4 &= -9 \\ 3x_2 + 5x_3 + x_4 &= 7 \end{aligned}$$

Először a kötött ismeretlenek számát adja meg, majd vesszővel elválasztva a szabad ismeretlenek számát. A megoldásban ne használjon szóközt, például a  $2,3$  egy lehetséges válasz. Ha a lineáris egyenletrendszernek nincs megoldása, a válasza legyen  $x$ . A helyes válasz önmagában nem elegendő, azt meg is kell írásban indokolni. (5 pont)

**16. Feladat.** Döntse el, hogy a  $v_1 = (1, 2, -1)$ ,  $v_2 = (2, 3, 1)$ ,  $v_3 = (-3, -8, 9)$  vektorrendszer lineárisan független-e, illetve generátorrendszert alkot-e  $\mathbb{R}^3$ -ben. (Mindkét tulajdonság esetén a jó válasz: 2 pont, rossz válasz:  $-0,5$  pont, nincs válasz: 0 pont.) A helyes válasz önmagában nem elegendő, azt meg is kell írásban indokolni. (4 pont)

**17. Feladat.** Határozza meg a  $v = (3, -7, -2)$  vektor koordinátasorát a  $(-1, -2, 2)$ ,  $(1, -2, -3)$ ,  $(2, 3, 3)$  bázisban.

A válaszban ne használjon szóközt, például a  $(3, -5, 1)$  egy lehetséges válasz. A helyes válasz önmagában nem elegendő, azt meg is kell írásban indokolni. (4 pont)

**18. Feladat.**

Döntse el, hogy az alábbi homogén lineáris egyenletrendszer megoldásterében mely vektorok alkotnak bázist.

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 - x_3 + x_4 &= 0 \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 &= 0 \\ -3x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 &= 0 \end{aligned}$$

- $(1, 1, 0, 0), (-1, -1, 0, 0)$
- $(1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1)$
- $(-1, -1, 0, 0)$
- $(1, 0, 1, 0), (0, 1, 0, 1)$
- A többi válasz nem helyes.

A helyes válasz önmagában nem elegendő, azt meg is kell írásban indokolni.

(4 pont)