

TUDNIVALÓK

- **A dolgozatban 8-9 feladat lesz.** A feladat pontszámok csak tájékoztató jellegűek, még változhatnak. A dolgozat értékelését a Coospace automatikusan elvégzi, a feladat szövegében szerepel, ha lehet részpontot is szerezni az adott feladatnál.
- **A Coospace-en a gyakorlatok színterén található egy minta-dolgozat a „Gyakorlótesztek”-nél, amit ezekből a mintafeladatokból állítottunk össze.** A gyakorlóteszt kitöltésének eredményét az oktatók nem látják, csak gyakorlásra szolgál. Ügyeljenek, hogy a válaszokat a megadott formában írják.
- **Kérjük, ellenőrizték, hogy a minta-dolgozatot ki tudják-e tölteni a Coospace-en.** Ha nem, a helyi böngésző (konfiguráció) karbantartottsága vagy éppen túlzott védelmi beállításai jelenthetnek gondot. Kérjük, hogy a problémát tapasztaló hallgatók küldjék meg a fejlesztői supportra a Coospace legfelső iktársorában lévő fogaskerék melletti boríték ikon „hibabejelentés” pontjával. **Tabletről, telefonról a kitöltés ellenjavallt.**
- A dolgozat megoldása közben végzett számításokat kérjük beadni fényképezett (vagy szkennelt) formában a gyakorlatvezető által megadott helyre (pl.: Coospace, Google Classroom). A képeknek alá kell támasztaniuk a Hallgató saját kézírású, önálló munkáját. A feladatok megoldását azonban most nem szükséges olyan minőségben leírni/megfogalmazni, mint élő(=nem online) dolgozat esetén. A dolgozat értékelését a Coospace automatikusan végzi, a képeket a dolgozat értékelésekor csak átfutjuk - az önálló, hiteles munkát megerősítendő. **A dolgozatra csak akkor kapja meg a Hallgató az elért pontszámot, ha a dolgozat megírása után közvetlenül feltöltötte a kézzel írt feladatmegoldásokat.**
- A dolgozatot önállóan kell megoldani.
- A feladatok megoldására 100 perc áll rendelkezésükre.

1. Feladat. Adja meg, hány részformulája van a $((\neg A) \rightarrow B) \vee (A \wedge ((\neg B) \leftrightarrow C))$ formulának. (4 pont)

MEGOLDÁS. 9

2. Feladat.

Döntse el, hogy melyik formula formalizálja ítéletkalkulusban a következő állítást (egy helyes válasz van).

Pontosan akkor nem kell sokat várni az orvosnál, és gyorsan végzünk, ha időben jöttünk, vagy kevesen vannak.

- $(\neg A) \leftrightarrow (B \wedge (C \vee D)).$
 $((\neg A) \wedge B) \leftrightarrow (C \vee D).$
 $(A \wedge (\neg B)) \leftrightarrow (C \vee D).$
 $((\neg A) \wedge B) \rightarrow (C \vee D).$

(4 pont)

MEGOLDÁS. A 2. válasz a helyes.

3. Feladat.

Döntse el, hogy a formulák közül melyik az A, B, C változókból felépített teljes diszjunktív normálforma, és melyik nem. Több formula is lehet TDNF. (Minden feladatrész esetén a jó válasz: 1 pont, rossz válasz: -0,25 pont, nincs válasz: 0 pont.)

- $(A \wedge (\neg B) \wedge C) \vee (A \wedge (\neg C)),$
 $(A \vee (\neg B) \vee C) \wedge (A \vee B \vee (\neg C)),$
 $A \wedge (\neg B) \wedge C,$
 $(A \wedge (\neg B) \wedge (\neg C)) \vee (A \wedge B \wedge (\neg C)).$

(4 pont)

MEGOLDÁS. A 3. és 4. a TDNF

4. Feladat.

Döntse el, hogy a formulák közül melyik tautológia, és melyik nem. Több formula is lehet tautológia. (Minden feladatrész esetén a jó válasz: 1 pont, rossz válasz: -0,25 pont, nincs válasz: 0 pont.)

- $((\neg A) \vee (\neg B)) \leftrightarrow (A \rightarrow (\neg B))$
- $\neg((\neg A) \wedge B) \rightarrow (A \vee (\neg B))$,
- $(A \rightarrow B) \vee (A \wedge B)$,
- $A \vee B \vee (\neg A)$,
- $(\neg(A \wedge B)) \leftrightarrow ((\neg A) \wedge (\neg B))$.

(5 pont)

MEGOLDÁS. Az 1., 2. és 4. a tautológia

5. Feladat. Határozza meg hány diszjunkciójel és hány negációjel van a következő formula teljes diszjunktív normálformájában. A válasza két nemnegatív egész szám legyen, vesszővel elválasztva, ahol az első szám a diszjunkciójelek száma, a második a negációjeleké.

$$(A \rightarrow B) \wedge ((\neg C) \leftrightarrow A)$$

(5 pont)

MEGOLDÁS. 2,4

6. Feladat.

Legyen az individuumtartomány az $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ halmaz és legyen f az az egyváltozós függvényjel A -n, melyre

$$f(1) = 4, f(2) = 4, f(3) = 2, f(4) = 3, f(5) = 5, f(6) = 1.$$

Továbbá definiáljuk a következő 2-változós predikátumot $E(x, y) : x = y$. Mely állítások igazak, és melyek hamisak? (Minden feladatrész esetén a jó válasz: 1 pont, rossz válasz: -0,25 pont, nincs válasz: 0 pont.)

- $(\exists x)E(x, f(x))$,
- $(\forall x)(\exists y)E(x, f(y))$,
- $(\forall x)(\exists y)E(f(x), f(y))$,
- $(\exists x)(\forall y)(E(x, f(x)) \wedge E(f(y), x))$,
- $(\forall x)(\exists y)(E(f(y), x) \vee E(x, 6))$.

(5 pont)

MEGOLDÁS. Az 1., 3. és 5. az igaz.

7. Feladat.

Jelölje $A(x)$ az „ x igazat mond”, $B(x, y)$ az „ x barátja y -nak” predikátumokat, c pedig a „Károly” individuum-konstanst, individuumtartomány az emberek halmaza. Melyik mondatot formalizálja az alábbi formula?

$$(\exists x)(A(x) \wedge (\neg B(x, c))).$$

(Egy helyes válasz van.)

- Mindenki, aki igazat mond, nem barátja Károlynak.
- Van aki igazatmond, és barátja Károlynak.
- Mindenki igazatmond, és nem barátja Károlynak.
- Van aki igazat mond, és nem barátja Károlynak.

(5 pont)

MEGOLDÁS. A 4. válasz a helyes

8. Feladat.

Döntse el, hogy melyik formula a tagadása az alábbi formulának (egy helyes válasz van).

$$(\exists x)(A(x) \wedge (\neg B(x, c))).$$

- $(\exists x)(A(x) \rightarrow B(x, c)).$
- $(\forall x)((\neg A(x)) \wedge B(x, c)).$
- $(\forall x)(A(x) \rightarrow B(x, c)).$
- $(\exists x)((\neg A(x)) \vee (\neg B(x, c))).$

(5 pont)

MEGOLDÁS. A 3. válasz a helyes

9. Feladat.

Döntse el, hogy az $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ halmaz hatványhalmazának alábbi részhalmazai közül melyek osztályozásai A -nak, és melyek nem. Több osztályozás is lehet köztük. (Minden feladatrész esetén a jó válasz: 1 pont, rossz válasz: -0,25 pont, nincs válasz: 0 pont.)

- $\mathcal{C} = \{\{1, 2\}, \{3, 4\}, \{3, 5\}\},$
- $\mathcal{C} = \{\{1, 2, 3, 4, 5\}\},$
- $\mathcal{C} = \{\{1, 2\}, \{3, 4\}, \{5\}\},$
- $\mathcal{C} = \{\{1, 2\}, \{3\}, \{5\}, \emptyset\}.$

(4 pont)

MEGOLDÁS. A 2. és a 3. az osztályozás.

10. Feladat. Legyen az alaphalmaz $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, és tekintse a következő halmazokat: $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 2, 5, 6\}$ és $C = \{2, 3, 5, 7\}$. Adja meg növekvő sorrendben a $(A \Delta B) \cap C$ halmaz elemeit. A választ a következő formában adja meg: 9, 10

(4 pont)

MEGOLDÁS. 3, 5

11. Feladat. Legyen az alaphalmaz $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, és tekintse a következő halmazokat: $A = \{2, 3, 5, 6, 7\}$, $B = \{1, 2, 4, 5, 6\}$. Határozza meg a $\mathcal{P}(A \cap B)$ halmaz elemeinek számát.

(5 pont)

MEGOLDÁS. 8

12. Feladat.

Döntse el, hogy tetszőleges A, B, C halmazok esetén melyik lesz egyenlő az

$$(A \cup C) \cap B$$

halmazzal. Több kifejezésre is teljesülhet az egyenlőség. (Minden feladatrész esetén a jó válasz: 1 pont, rossz válasz: -0,25 pont, nincs válasz: 0 pont.)

- $(A \cap B) \cup (B \cap C),$
- $(B \cap (A \Delta C)) \cup (A \cap B \cap C),$
- $B \setminus (A \cup C),$
- $(B \cap C) \cup A,$
- $A \setminus (B \setminus C).$

(5 pont)

MEGOLDÁS. Az 1. és a 2.

13. Feladat.

Legyen $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ és $\alpha = \{(2, 1), (3, 2), (4, 2), (5, 1), (5, 3)\}$, $\beta = \{(2, 3), (3, 2), (4, 1), (5, 1)\}$ relációk A -n. Döntse el, hogy melyek elemei az $\alpha^{-1}\beta$ szorzatnak, és melyek nem. (Minden feladatrész esetén a jó válasz: 1 pont, rossz válasz: -0,25 pont, nincs válasz: 0 pont.)

- $(1, 1),$
- $(1, 2),$
- $(3, 1),$
- $(4, 4),$
- $(2, 2).$

(5 pont)

MEGOLDÁS. Az 1., a 3. és az 5. az eleme.

14. Feladat.

Legyen $A = \{1, 2, 3, 4\}$ és $\alpha = \{(1, 2), (1, 4), (2, 4), (3, 4), (4, 4)\}$, $\beta = \{(1, 1), (3, 4), (4, 1), (4, 2)\}$ relációk A -n. Döntse el, hogy melyek elemei az $\alpha \setminus \beta^{-1}$ relációnak, és melyek nem. (Minden feladatrészen a jó válasz: 1 pont, rossz válasz: -0,25 pont, nincs válasz: 0 pont.)

- (1,4), (1,2), (3,4), (2,4), (1,1).

(5 pont)

MEGOLDÁS. A 2. és a 3. az eleme.

15. Feladat. Döntse el, hogy mely relációtulajdonságokkal rendelkezik az $\alpha = \{(a, b) : |a| \leq |b|\} \subseteq \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ reláció. (Minden tulajdonság esetén a jó válasz: 1 pont, rossz válasz: -0,25 pont, nincs válasz: 0 pont.)

reflexív, szimmetrikus, antiszimmetrikus, tranzitív, dichotom

(5 pont)

MEGOLDÁS. reflexív, tranzitív, dichotom

16. Feladat. Döntse el, hogy mely relációtulajdonságok teljesülnek a következő relációkra. A Coospace-en csoportosítással kell megoldani, azaz oda kell húzni a megadott tulajdonságokat a relációhoz. (Minden tulajdonság esetén a jó válasz: 1 pont, rossz válasz: -0,25 pont, nincs válasz: 0 pont.)

- $\alpha = \{(a, b) : |a - b| > 0\}$ az \mathbb{R} halmazon
- $\beta = \{(x, y) : x \leq y\}$ az \mathbb{R} halmazon

(5 pont)

MEGOLDÁS. α : szimmetrikus, β : reflexív, antiszimmetrikus, tranzitív, dichotom.

17. Feladat. Az $\alpha = \{(a, b) : a\text{-nak és } b\text{-nek van azonos számjegye}\}$ az $A = \{1, 2, 4, 23, 26, 32, 47, 84\}$ halmazon ekvivalenciareláció. Tekintsük az α ekvivalenciarelációhoz tartozó osztályozást. Adja meg, hogy mely elemek vannak

- az 1-gyel egy osztályban,
- a 2-vel egy osztályban,
- a 4-gyel egy osztályban.

Csoportosítással kell megoldani, azaz az elemeket be kell húzni az osztályokba. (Minden elem esetén a jó válasz: 1 pont, rossz válasz: -0,25 pont, nincs válasz: 0 pont.)

(5 pont)

MEGOLDÁS. Az osztályok $\{1\}$, $\{2, 23, 26, 32\}$, $\{4, 47, 84\}$.

18. Feladat.

Legyen $A = \{\{1\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{1, 5\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2, 3, 4\}\}$. Tekintsük az $(A; \subseteq)$ részbenrendezett halmazt. Mely állítások igazak erre a részbenrendezett halmazra, és melyek hamisak. (Minden feladatrészen a jó válasz: 1 pont, rossz válasz: -0,25 pont, nincs válasz: 0 pont.)

- Az $\{1\}$ miniólis elem.
 Az $\{1, 2, 3, 4\}$ legnagyobb elem.
 Nincs legkisebb elem.
 Az $\{1, 5\}$ maximális elem.
 A \emptyset legkisebb elem.

(5 pont)

MEGOLDÁS. Az 1. és a 4. az igaz (az \emptyset nem eleme A -nak).