

4. feladatsor – Műveletek és algebrák

4.1. Feladat megoldása.

- (a) igen; (b) nem; (c) nem; (d) igen; (e) nem; (f) igen; (g) nem.

4.2. Feladat megoldása.

- (a) A grupoid kommutatív, zéruseleme nincs, egységelem: id, az invertálható elemek halmaza: id, (12).
(b) A grupoid kommutatív, zéruselem: 0, egységelem: 1, az invertálható elemek halmaza: $\{1, -1\}$;
(c) A grupoid kommutatív, zéruselem: 1, egységelem: -1 , az invertálható elemek halmaza: $\{-1\}$;
(d) A grupoid nem kommutatív, zéruselem nincs, egységelem nincs.

4.3. Feladat megoldása.

- (a) A grupoid nem kommutatív, zéruselem nincs, a b elem egységelem, a b és c elemeknek van inverze: $b^{-1} = b$, $c^{-1} = c$;
(b) A grupoid nem kommutatív, zéruselem nincs, az a elem egységelem, az a , b és c elemeknek van inverze: $a^{-1} = a$, $b^{-1} = c$, $c^{-1} = b$.

4.4. Feladat megoldása.

- (a) A grupoid asszociatív, nem kommutatív, zéruselem nincs, egységelem nincs, az invertálható elemek halmaza: $\emptyset$, félcsoporth;
(b) A grupoid nem asszociatív, nem kommutatív, zéruselem nincs, egységelem nincs, az invertálható elemek halmaza: $\emptyset$;
(c) A grupoid asszociatív, kommutatív, zéruselem: 3, egységelem: 4, az invertálható elemek halmaza: $\mathbb{R} \setminus \{3\}$. Monoid és $(\mathbb{R} \setminus \{3\}; \square)$ csoporth;
(d) A grupoid asszociatív, kommutatív, zéruselem: 2, egységelem: 3, az invertálható elemek halmaza: $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. Monoid és $(\mathbb{R} \setminus \{2\}; \triangle)$ csoporth;
(e) A grupoid nem asszociatív, kommutatív, zéruselem nincs, egységelem: 0, az invertálható elemek halmaza: $\{r \in \mathbb{R} \mid 0 \leq r \leq 1\}$.

4.5. Feladat megoldása.

- (a) félcsoporth; (b) monoid; (c) Abel-csoport; (d) Abel-csoport;
(e) csoporth; (f) monoid; (g) monoid; (h) Abel-csoport;
(i) Abel-csoport; (j) monoid; (k) Abel-csoport; (l) monoid;
(m) grupoid; (n) csoporth; (o) monoid.

4.6. Feladat megoldása.

- (a) 4; (b) 4; (c) 3; (d) ∞ ; (e) 12.

4.7. Feladat megoldása.

- (a) nem gyűrű; (b) gyűrű; (c) test; (d) test; (e) test; (f) gyűrű;
(g) gyűrű; (h) gyűrű.