

1. feladatsor – Mátrix, determináns, lineáris egyenletrendszer

1.1. Feladat megoldása.

$$A + B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -3 \\ 4 & -1 & 4 \end{pmatrix}, \quad 3A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -6 \\ 6 & -3 & 9 \end{pmatrix}, \quad B^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$BC = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad CA = \begin{pmatrix} 5 & -2 & 4 \\ -3 & 2 & -8 \\ -8 & 4 & -12 \end{pmatrix}$$

1.2. Feladat megoldása.

$$2A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}, \quad A + B \text{ nem létezik}, \quad B + C^T = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 6 & 5 & 3 \end{pmatrix}, \quad BA \text{ nem létezik},$$

$$BC = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 15 \end{pmatrix}, \quad CB = \begin{pmatrix} 10 & 2 & 5 \\ 11 & 5 & 2 \\ 6 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad AB + 2C^T = \begin{pmatrix} 9 & -1 & 4 \\ 9 & 5 & 10 \end{pmatrix},$$

1.3. Feladat megoldása.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Teljes indukcióval bizonyítjuk.

1.4. Feladat megoldása. (a) -11; (b) 14; (c) 14; (d) -70; (e) 10; (f) -21; (g) -16; (h) -7; (i) 0.

1.5. Feladat megoldása. $V = 14$.

1.6. Feladat megoldása. $x = 2$.

1.7. Feladat megoldása.

$$AA^T = (11), \quad |AA^T| = 11; \quad A^T A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ -1 & 1 & -3 \\ 3 & -3 & 9 \end{pmatrix}, \quad |A^T A| = 0.$$

1.8. Feladat megoldása.

$$(a) \begin{pmatrix} 4 & -\frac{3}{2} \\ -1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}; \quad (b) \begin{pmatrix} -17 & 16 & -9 \\ 6 & -5 & 3 \\ -2 & 2 & -1 \end{pmatrix}; \quad (c) \begin{pmatrix} -15 & 5 & 8 \\ 8 & -3 & -4 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

1.9. Feladat megoldása.

- (a) $\{(2, -3, -1)\}$
- (b) Nincs megoldás.
- (c) $\{(2, 1, -2)\}$
- (d) $\{(1 + 2x_3, \frac{3}{2} + \frac{1}{2}x_3, x_3) : x_3 \in \mathbb{R}\}$
- (e) Nincs megoldás.
- (f) $\{(17 - 3x_2 + 3x_4, x_2, 4 + x_4, x_4) : x_2, x_4 \in \mathbb{R}\}$
- (g) $\{(6 - 2x_2 - 2x_4, x_2, 2 + x_4, x_4) : x_2, x_4 \in \mathbb{R}\}$
- (h) $\{(4 - u - v - w, 3 - v - w, -2 + u + 2v + w, u, v, w) : u, v, w \in \mathbb{R}\}$