

3. feladatsor

1. Feladat. Adjunk meg ortonormált bázist az alábbi $U \leq \mathbf{R}^4$ alterek ortogonális komplementumában.

- a) $U = [(1, -1, 0, 1), (1, 2, -1, 1)]$;
- b) $U = [(1, -1, 2, 0), (1, 3, 1, 1), (2, 2, 3, 1)]$.

2. Feladat. Legyen az $\mathbf{R}^3$ euklideszi tér φ lineáris transzformációjának mátrixa A az $\mathcal{E}$ bázisban. Határozzuk meg a $v\varphi^*$ vektort.

- a) $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -1 \\ 3 & 3 & 0 \\ -5 & 2 & -2 \end{pmatrix}$, $\mathcal{E}: (1, 1, 1), (0, 1, 1), (0, 0, 1)$, $v = (1, 1, 1)$;
- b) $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $\mathcal{E}: (1, 1, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)$, $v = (1, 2, 1)$.

Szorgalmi feladatok

3. Feladat. Legyen φ a síkon az $y = x$ egyenesre vonatkozó merőleges vetítés. Határozzuk meg a φ^* lineáris transzformációt.

4. Feladat. Legyen $\varphi \in L(V)$ lineáris transzformáció. Igazoljuk, hogy ekkor

$$\text{Ker } \varphi^* = (\text{Im } \varphi)^\perp \text{ és } \text{Im } \varphi^* = (\text{Ker } \varphi)^\perp.$$

5. Feladat. Igazoljuk, hogy ha φ egy önadjungált transzformáció, akkor

$$\varphi, \varphi^2, \dots$$

közül vagy mindegyik különböző, vagy legfeljebb kettő különböző.