

Exercises: Elemi optimalizálási feladatok

Lecturer: Peter Hajnal

1. hét

1. Feladat. Adott egy háromszög írjunk bele maximális területű paralelogrammát úgy hogy a háromszög két adott oldalegyenese a paralelogramma két szomszédos oldalegyenesét alkossa.

2. Feladat. Adott egy kör. Írjunk bele maximális területű téglalapot.

3. Feladat. Adott egy L hosszú kerítés. Kerítsünk körbe vele egy maximális területű téglalapot.

Mi a válasz, ha a körbe kerítést egy hosszú fal mellett kell megtervezni úgy, hogy a fal is alkotja területünk határát (amihez kerítést nem kell használnunk)?

4. Feladat. Adott egy háromszög. Vegyünk fel minden oldalán egy-egy pontot úgy, hogy a kijelölt három pont által meghatározott háromszög kerülete minimális legyen.

5. Feladat. Egy cowboy a prérin hazamenetele előtt meg akarja itatni a lovát egy egyenes folyónál. A lovas az egyenes vonalú folyó ugyanazon oldaláról indul, mint amelyiken a háza van. A cowboy állandó v_0 sebességgel lovagol, az itatás ideje is ismert. Milyen úton mozogjon, ha a lehető leghamarabb szeretne hazaérni?

6. Feladat (folytatás). Oldjuk meg az előző feladatot, ha a folyó egy nagy kör alakú ívet ír le.

7. Feladat (folytatás). Oldjuk meg az eredeti feladatot úgy, hogy a cowboy kihagyja az itatást, DE a hazafelé vezető préri részen magas és alacsony füves terület van. A gondozatlan részen v_0 sebességgel lovagol, míg a gondozotton $v_1 (> v_0)$ sebességgel. A gondozott részen van a háza, amely részt egy egyenes választ el a vad résztől. A magas füves területről indul. Milyen úton mozogjon, ha a lehető leghamarabb szeretne hazaérni?

8. Feladat. Egy folyó két partja két párhuzamos egyenest alkot. A két oldalán egy-egy város van amit egy úttal és a folyónál a két partra merőleges híddal szeretnénk összekötni. Hogyan tervezzük az utat és a hidat, ha azt szeretnénk, hogy az összekötő út a legrövidebb legyen?

9. Feladat (Kepler). Egy adott gömbbe rajzoljunk minél nagyobb térfogatú hengert.

10. Feladat (Tartaglia). A 8-at bontsuk fel két nemnegatív szám összegére, hogy a két szám és különbségük (három tényező) szorzata a lehető legnagyobb legyen.