2015.05.19. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK`

1. A tanult módon vizsgáljuk a $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n\sqrt{n+1}}{2n^2-3}(x+5)^{n-1}$ sort. *22pt*
2. Oldjuk meg: $y' = 2y + 4x - e^{2x}$, $y(0) = 2$. *22pt*
3. Határozzuk meg a $\lim\limits_{(x,y)\to A} \frac{x^2y+3xy^2}{x^2+y^2}$ határértéket, ahol

   a) $A = (0,0)$, b) $A = (-\infty, 2)$, c) $A = (-1, -\infty)$, d) $A = (\infty, -\infty)$. *23pt*
4. Határozzuk meg $\int_H \int \frac{xy}{y+1}\, dxy$ értékét, ahol H a $(0,0)$, $(4,1)$ és $(0,3)$ pontok által kijelölt zárt háromszög. *23pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C,\ (\alpha \neq -1), \quad \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C,$$
$$\int \cos x dx = \sin x + C, \quad \int \sin x dx = -\cos x + C, \quad \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C,$$
$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C, \quad \int \frac{1}{x^2+1} dx = \operatorname{arctg} x + C = -\operatorname{arcctg} x + C,$$
$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C = -\arccos x + C, \int e^x dx = e^x + C, \quad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C\ .$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x} \iff |x| < 1, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha} < \infty \iff \alpha > 1,$$
$$(1+x)^\alpha = \sum_{n=0}^{\infty} \binom{\alpha}{n} x^n \iff |x| < 1, \quad \int_k^\infty f(x)dx < \sum_{n=k}^{\infty} a_n < a_k + \int_k^\infty f(x)dx.$$

$$\tilde{f}(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)\,, \quad a_0 := \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x)dx,$$
$$a_n := \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx, \quad b_n := \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx$$

$$L[f](p) := \int_0^\infty f(x) e^{-px} dx, \quad L[e^{ax} f(x)](p) = L[f(x)](p-a), \quad L[x^n](p) = \frac{n!}{p^{n+1}},$$
$$L[\cos ax](p) = \frac{p}{p^2+a^2}, \quad L[\sin ax](p) = \frac{a}{p^2+a^2}, \quad L[y'] = pL[y] - y(0), \quad L[y''] = p^2 L[y] - py(0) - y'(0),$$

$$z = x + iy, \quad f(z) = u(x,y) + iv(x,y), \quad u'_x = v'_y, \ -u'_y = v'_x, \quad u''_{xx} + u''_{yy} = 0$$
$$\int_L f(z)dz = \int_\alpha^\beta f(z(t)) z'(t) dt$$
$$f(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n (z-z_0)^n, \quad c_n = \frac{f^{(n)}(z_0)}{n!} = \frac{1}{2\pi i} \oint_\gamma \frac{f(z)}{(z-z_0)^{n+1}} dz, \quad c_{-1} = \frac{1}{2\pi i} \oint_\gamma f(z) dz.$$
$$c_k := \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) e^{-ikx}\ dx, \quad \hat{f}(x) := \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{ikx}, \quad \hat{F}(\omega) := \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-i\omega x}\ dx$$

2015.05.26. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK`

1. a) Határozzuk meg a $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^{2n-1} - 3 \cdot 5^{n+1}}{3^{3n+1}}$ sor összegét.

   b) Konvergens-e a $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2}{n\sqrt{\ln n^2}}$ sor? *22pt*

2. Oldjuk meg: $y'' + 2y' = e^{-x} \sin x - 2y$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$. *22pt*

3. Ábrázoljuk az $f(x, y) = \sqrt{-x + 3y}$ függvény értelmezési tartományát, majd definíció alapján és formálisan is határozzuk meg az iránymenti deriváltját a $P(-1, 2)$ pontban, az $U(-4, 3)$ irányban. *23pt*

4. Határozzuk meg az $f(x, y) = xye^{-\frac{x^2+y^2}{2}}$ függvény szélsőértékeit az $x^2 + y^2 \leq 8$ halmazon. *23pt* *23pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C,\ (\alpha \neq -1), \quad \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C,$$
$$\int \cos x dx = \sin x + C, \quad \int \sin x dx = -\cos x + C, \quad \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C,$$
$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C, \quad \int \frac{1}{x^2+1} dx = \operatorname{arctg} x + C = -\operatorname{arcctg} x + C,$$
$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C = -\arccos x + C, \int e^x dx = e^x + C, \quad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C\ .$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x} \iff |x| < 1, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha} < \infty \iff \alpha > 1,$$
$$(1+x)^\alpha = \sum_{n=0}^{\infty} \binom{\alpha}{n} x^n \iff |x| < 1, \quad \int_k^\infty f(x)dx < \sum_{n=k}^{\infty} a_n < a_k + \int_k^\infty f(x)dx.$$

$$\tilde{f}(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)\,, \quad a_0 := \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x)dx,$$
$$a_n : = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx, \quad b_n := \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx$$

$$L[f](p) : = \int_0^\infty f(x) e^{-px} dx, \quad L[e^{ax} f(x)](p) = L[f(x)](p-a), \quad L[x^n](p) = \frac{n!}{p^{n+1}},$$
$$L[\cos ax](p) = \frac{p}{p^2+a^2}, \quad L[\sin ax](p) = \frac{a}{p^2+a^2}, \quad L[y'] = pL[y] - y(0), \quad L[y''] = p^2 L[y] - py(0) - y'(0),$$

$$z = x + iy, \quad f(z) = u(x,y) + iv(x,y), \quad u'_x = v'_y,\ -u'_y = v'_x, \quad u''_{xx} + u''_{yy} = 0$$
$$\int_L f(z)dz = \int_\alpha^\beta f(z(t)) z'(t) dt$$
$$f(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n (z-z_0)^n, \quad c_n = \frac{f^{(n)}(z_0)}{n!} = \frac{1}{2\pi i} \oint_\gamma \frac{f(z)}{(z-z_0)^{n+1}} dz, \quad c_{-1} = \frac{1}{2\pi i} \oint_\gamma f(z) dz.$$
$$c_k := \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) e^{-ikx}\ dx, \quad \hat{f}(x) := \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{ikx}, \quad \hat{F}(\omega) := \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-i\omega x}\ dx$$

2015.06.02. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. A tanult módon vizsgáljuk a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x+3)^{n-2}}{5^n\sqrt{2n-1}}$ sort. *22pt*
2. Oldjuk meg: $(x^2+3x)y'+4=y^2,\ y(1)=2.$ *23pt*
3. Definíció alapján és formálisan is határozzuk meg az $f(x,y)=2x+\sqrt{xy}-1/y$ függvény $f'_x(-2,-3)$, $f'_y(4,1)$ parciális deriváltjait. *22pt*
4. Határozzuk meg $\int_H\int \frac{x+y}{2x+1}\,dxy$ értékét, ahol H a $(3,0)$, $(1,3)$ és $(0,0)$ pontok által kijelölt zárt háromszög. *23pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C,\ (\alpha \neq -1), \quad \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C,$$
$$\int \cos x dx = \sin x + C, \quad \int \sin x dx = -\cos x + C, \quad \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C,$$
$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C, \quad \int \frac{1}{x^2+1} dx = \operatorname{arctg} x + C = -\operatorname{arcctg} x + C,$$
$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C = -\arccos x + C, \int e^x dx = e^x + C, \quad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C\ .$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x} \iff |x| < 1, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha} < \infty \iff \alpha > 1,$$
$$(1+x)^\alpha = \sum_{n=0}^{\infty} \binom{\alpha}{n} x^n \iff |x| < 1, \quad \int_k^\infty f(x)dx < \sum_{n=k}^{\infty} a_n < a_k + \int_k^\infty f(x)dx.$$

$$\tilde{f}(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)\,, \quad a_0 := \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x)dx,$$
$$a_n := \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx, \quad b_n := \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx$$

$$L[f](p) := \int_0^\infty f(x) e^{-px} dx, \quad L[e^{ax} f(x)](p) = L[f(x)](p-a), \quad L[x^n](p) = \frac{n!}{p^{n+1}},$$
$$L[\cos ax](p) = \frac{p}{p^2+a^2}, \quad L[\sin ax](p) = \frac{a}{p^2+a^2}, \quad L[y'] = pL[y] - y(0), \quad L[y''] = p^2 L[y] - py(0) - y'(0),$$

$$z = x + iy, \quad f(z) = u(x,y) + iv(x,y), \quad u'_x = v'_y, \ -u'_y = v'_x, \quad u''_{xx} + u''_{yy} = 0$$
$$\int_L f(z)dz = \int_\alpha^\beta f(z(t)) z'(t) dt$$
$$f(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n (z-z_0)^n, \quad c_n = \frac{f^{(n)}(z_0)}{n!} = \frac{1}{2\pi i} \oint_\gamma \frac{f(z)}{(z-z_0)^{n+1}} dz, \quad c_{-1} = \frac{1}{2\pi i} \oint_\gamma f(z) dz.$$
$$c_k := \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) e^{-ikx}\ dx, \quad \hat{f}(x) := \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{ikx}, \quad \hat{F}(\omega) := \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-i\omega x}\ dx$$

2015.06.09. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Oldjuk meg: $(xy - x^2)dy - y^2dx = 0,\ y(1) = e.$ *22pt*
2. Oldjuk meg: $y'' + 3y = x,\ y(0) = 1,\ y'(0) = -2.$ *22pt*
3. A megfelelő sorfejtés első 5 tagjának segítségével becsüljük meg $\displaystyle\int_1^2 \frac{\sqrt{3-x}}{x^2}\,dx$ értékét. *23pt*
4. Határozzuk meg $\displaystyle\int_H\int \frac{x+y}{y+4}\,dxy$ értékét, ahol H az $y = 0$, és az $y = 4x - x^2$ görbék által határolt zárt síkrész . *23pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C,\ (\alpha \neq -1), \quad \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C,$$
$$\int \cos x dx = \sin x + C, \quad \int \sin x dx = -\cos x + C, \quad \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C,$$
$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C, \quad \int \frac{1}{x^2+1} dx = \operatorname{arctg} x + C = -\operatorname{arcctg} x + C,$$
$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C = -\arccos x + C, \int e^x dx = e^x + C, \quad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C\ .$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x} \iff |x| < 1, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha} < \infty \iff \alpha > 1,$$
$$(1+x)^\alpha = \sum_{n=0}^{\infty} \binom{\alpha}{n} x^n \iff |x| < 1, \quad \int_k^\infty f(x)dx < \sum_{n=k}^{\infty} a_n < a_k + \int_k^\infty f(x)dx.$$

$$\tilde{f}(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)\,, \quad a_0 := \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x)dx,$$
$$a_n := \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx, \quad b_n := \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx$$

$$L[f](p) := \int_0^\infty f(x) e^{-px} dx, \quad L[e^{ax} f(x)](p) = L[f(x)](p-a), \quad L[x^n](p) = \frac{n!}{p^{n+1}},$$
$$L[\cos ax](p) = \frac{p}{p^2+a^2}, \quad L[\sin ax](p) = \frac{a}{p^2+a^2}, \quad L[y'] = pL[y] - y(0), \quad L[y''] = p^2 L[y] - py(0) - y'(0),$$

$$z = x + iy, \quad f(z) = u(x,y) + iv(x,y), \quad u'_x = v'_y, \ -u'_y = v'_x, \quad u''_{xx} + u''_{yy} = 0$$
$$\int_L f(z)dz = \int_\alpha^\beta f(z(t)) z'(t) dt$$
$$f(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n (z-z_0)^n, \quad c_n = \frac{f^{(n)}(z_0)}{n!} = \frac{1}{2\pi i} \oint_\gamma \frac{f(z)}{(z-z_0)^{n+1}} dz, \quad c_{-1} = \frac{1}{2\pi i} \oint_\gamma f(z)dz.$$
$$c_k := \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) e^{-ikx}\ dx, \quad \hat{f}(x) := \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{ikx}, \quad \hat{F}(\omega) := \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-i\omega x}\ dx$$

2015.06.16. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. a) Határozzuk meg a $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{2}{n^2-n-2}$ sor összegét.

   b) Konvergens-e $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{3}{n\sqrt{\ln n}}$. *22pt*

2. Oldjuk meg: $y'' - 2y' + 5y = e^{-2x}$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 2$. *22pt*

3. Határozzuk meg $\int_\gamma x(1-y)\,dx + 2y\,dy$ értéket, ahol γ

   a) az $O(0,0)$ középpontú, $r = 2$ sugarú, negatív irányítású körvonal $A(-2,0)$ és $B(2,0)$ pontjait összekötő körív.

   b) az $A(-1,0)$ és $B(1,3)$ pontokat összekötő szakasz $(A \to B)$. *23pt*

4. Határozzuk meg az $f(x,y) = x^3 - 2xy + y^3$ függvény szélsőértékeit a $(1,-1)$, $(-1,2)$, és $(1,2)$ pontok által kijelölt zárt háromszögön. *23pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C,\ (\alpha \neq -1), \quad \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C,$$
$$\int \cos x dx = \sin x + C, \quad \int \sin x dx = -\cos x + C, \quad \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C,$$
$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C, \quad \int \frac{1}{x^2+1} dx = \operatorname{arctg} x + C = -\operatorname{arcctg} x + C,$$
$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C = -\arccos x + C, \int e^x dx = e^x + C, \quad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C\ .$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x} \iff |x| < 1, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha} < \infty \iff \alpha > 1,$$
$$(1+x)^\alpha = \sum_{n=0}^{\infty} \binom{\alpha}{n} x^n \iff |x| < 1, \quad \int_k^\infty f(x)dx < \sum_{n=k}^{\infty} a_n < a_k + \int_k^\infty f(x)dx.$$

$$\tilde{f}(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx), \quad a_0 := \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x)dx,$$
$$a_n := \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx, \quad b_n := \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx$$

$$L[f](p) := \int_0^\infty f(x) e^{-px} dx, \quad L[e^{ax} f(x)](p) = L[f(x)](p-a), \quad L[x^n](p) = \frac{n!}{p^{n+1}},$$
$$L[\cos ax](p) = \frac{p}{p^2+a^2}, \quad L[\sin ax](p) = \frac{a}{p^2+a^2}, \quad L[y'] = pL[y] - y(0), \quad L[y''] = p^2 L[y] - py(0) - y'(0),$$

$$z = x + iy, \quad f(z) = u(x,y) + iv(x,y), \quad u'_x = v'_y, \ -u'_y = v'_x, \quad u''_{xx} + u''_{yy} = 0$$
$$\int_L f(z)dz = \int_\alpha^\beta f(z(t)) z'(t) dt$$
$$f(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n (z-z_0)^n, \quad c_n = \frac{f^{(n)}(z_0)}{n!} = \frac{1}{2\pi i} \oint_\gamma \frac{f(z)}{(z-z_0)^{n+1}} dz, \quad c_{-1} = \frac{1}{2\pi i} \oint_\gamma f(z)dz.$$
$$c_k := \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) e^{-ikx}\ dx, \quad \hat{f}(x) := \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{ikx}, \quad \hat{F}(\omega) := \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-i\omega x}\ dx$$

2015.06.23. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. Határozzuk meg az $f(x,y) = x^2y - y^3 - 2$ függvény szélsőértékeit (és helyeit) a $(-1,-1)$, $(2,-1)$, $(-1,3)$, $(2,3)$ pontok által meghatározott zárt négyszögön. *22pt*
2. Oldjuk meg: $xy' + y^2 + y = 0$, $y(1) = 1$. *22pt*
3. Határozzuk meg $\int_\gamma (x+y)\,dx + y^2\,dy$ értékét, ahol

   a) γ az $O(1,3)$ középpontú, $r = 2$ sugarú, pozitív irányítasú körvonal $A(1,1)$ és $B(-1,3)$ pontjait összekötő körív $(A \to B)$,

   b) γ az $A(1,1)$ és $B(-1,3)$ pontokat összekötő szakasz $(A \to B)$. *23pt*
4. A megfelelő sorfejtés első 5 tagjának segítségével becsüljük meg $\int_1^2 \frac{\sqrt{9-x^2}}{x^3}\,dx$ értékét. *23pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C,\ (\alpha \neq -1), \quad \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C,$$
$$\int \cos x dx = \sin x + C, \quad \int \sin x dx = -\cos x + C, \quad \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C,$$
$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C, \quad \int \frac{1}{x^2+1} dx = \operatorname{arctg} x + C = -\operatorname{arcctg} x + C,$$
$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C = -\arccos x + C, \int e^x dx = e^x + C, \quad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C\ .$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x} \iff |x| < 1, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha} < \infty \iff \alpha > 1,$$
$$(1+x)^\alpha = \sum_{n=0}^{\infty} \binom{\alpha}{n} x^n \iff |x| < 1, \quad \int_k^\infty f(x)dx < \sum_{n=k}^{\infty} a_n < a_k + \int_k^\infty f(x)dx.$$

$$\tilde{f}(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)\,, \quad a_0 := \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x)dx,$$
$$a_n :=\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx, \quad b_n := \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx$$

$$L[f](p) := \int_0^\infty f(x) e^{-px} dx, \quad L[e^{ax} f(x)](p) = L[f(x)](p-a), \quad L[x^n](p) = \frac{n!}{p^{n+1}},$$
$$L[\cos ax](p) = \frac{p}{p^2+a^2}, \quad L[\sin ax](p) = \frac{a}{p^2+a^2}, \quad L[y'] = pL[y] - y(0), \quad L[y''] = p^2 L[y] - py(0) - y'(0),$$

$$z = x + iy, \quad f(z) = u(x,y) + iv(x,y), \quad u'_x = v'_y, \ -u'_y = v'_x, \quad u''_{xx} + u''_{yy} = 0$$
$$\int_L f(z)dz = \int_\alpha^\beta f(z(t)) z'(t) dt$$
$$f(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n (z-z_0)^n, \quad c_n = \frac{f^{(n)}(z_0)}{n!} = \frac{1}{2\pi i} \oint_\gamma \frac{f(z)}{(z-z_0)^{n+1}} dz, \quad c_{-1} = \frac{1}{2\pi i} \oint_\gamma f(z) dz.$$
$$c_k := \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) e^{-ikx}\ dx, \quad \hat{f}(x) := \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{ikx}, \quad \hat{F}(\omega) := \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-i\omega x}\ dx$$

2015.06.30. Kalkulus II. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

FELADATOK

1. A tanult módon vizsgáljuk a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+2}}{n+1} \left(\frac{3x-1}{2}\right)^{n-3}$ sort. *22pt*
2. Oldjuk meg: $xy' - y = 4x^2 - 1 - y'$, $y(1) = 2$. *22pt*
3. Ábrázoljuk az $f(x, y) = x - \sqrt{2x - y}$ függvény értelmezési tartományát, majd definíció alapján és formálisan is határozzuk meg az $f'_x(2, 1)$, $f''_{xx}(1, -1)$ parciális deriváltakat. *23pt*
4. Határozzuk meg az $f(x, y) = x^2 - 2xy - y^2 + 4y$ függvény szélsőértékeit a $(0, 0)$, $(1, 3)$ és $(2, 0)$ pontok által kijelölt zárt háromszögön. *23pt*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 pontot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C,\ (\alpha \neq -1), \quad \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C,$$
$$\int \cos x dx = \sin x + C, \quad \int \sin x dx = -\cos x + C, \quad \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C,$$
$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C, \quad \int \frac{1}{x^2+1} dx = \operatorname{arctg} x + C = -\operatorname{arcctg} x + C,$$
$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C = -\arccos x + C, \int e^x dx = e^x + C, \quad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C\ .$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x} \iff |x| < 1, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha} < \infty \iff \alpha > 1,$$
$$(1+x)^\alpha = \sum_{n=0}^{\infty} \binom{\alpha}{n} x^n \iff |x| < 1, \quad \int_k^\infty f(x)dx < \sum_{n=k}^{\infty} a_n < a_k + \int_k^\infty f(x)dx.$$

$$\tilde{f}(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)\,, \quad a_0 := \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x)dx,$$
$$a_n := \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx, \quad b_n := \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx$$

$$L[f](p) := \int_0^\infty f(x) e^{-px} dx, \quad L[e^{ax} f(x)](p) = L[f(x)](p-a), \quad L[x^n](p) = \frac{n!}{p^{n+1}},$$
$$L[\cos ax](p) = \frac{p}{p^2+a^2}, \quad L[\sin ax](p) = \frac{a}{p^2+a^2}, \quad L[y'] = pL[y] - y(0), \quad L[y''] = p^2 L[y] - py(0) - y'(0),$$

$$z = x + iy, \quad f(z) = u(x,y) + iv(x,y), \quad u'_x = v'_y,\ -u'_y = v'_x, \quad u''_{xx} + u''_{yy} = 0$$
$$\int_L f(z)dz = \int_\alpha^\beta f(z(t)) z'(t) dt$$
$$f(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n (z-z_0)^n, \quad c_n = \frac{f^{(n)}(z_0)}{n!} = \frac{1}{2\pi i} \oint_\gamma \frac{f(z)}{(z-z_0)^{n+1}} dz, \quad c_{-1} = \frac{1}{2\pi i} \oint_\gamma f(z) dz.$$
$$c_k := \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) e^{-ikx}\ dx, \quad \hat{f}(x) := \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{ikx}, \quad \hat{F}(\omega) := \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-i\omega x}\ dx$$