2020.01.14. Kalkulus II. NÉV:.....................................

KÓD:.....................................

1. Határozzuk meg a $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{3 \cdot 4^{n-3}}{5^{2n+1}}$ sor összegét. *20 %*
2. Oldjuk meg: $(x+1)y' = \dfrac{y}{x}$. *25 %*
3. Definíció alapján és formálisan is adjuk meg az $f(x,y) = \sqrt{xy + 2y^2}$ függvény $f'_x(-2,3)$ parciális deriváltját. *25 %*
4. Határozzuk meg az $\displaystyle\int_L 2x\,dx - (x - y^2)\,dy$ integrál értékét, ahol L a $P(2,0)$ középpontú, 3 sugarú körív $A(2,3) \to B(-1,0)$ pontjait negatív irányban köti össze. *30 %*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 %-ot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

Vizsgajegy:

84–100 %	5
70–83 %	4
55–69 %	3
40–54 %	2
0–39 %	1

Segédlet:

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C,\ (\alpha \neq -1), \qquad \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C,$$
$$\int \cos x dx = \sin x + C, \qquad \int \sin x dx = -\cos x + C, \qquad \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C,$$
$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C, \qquad \int \frac{1}{x^2+1} dx = \operatorname{arctg} x + C = -\operatorname{arcctg} x + C,$$
$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C = -\arccos x + C, \qquad \int e^x dx = e^x + C, \qquad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C\ .$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} < \infty \iff p > 1$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x} \iff |x| < 1$$

$$(1+x)^\alpha = \sum_{n=0}^{\infty} \binom{\alpha}{n} x^n \iff |x| < 1$$

$$\begin{aligned} e^x &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}, \quad x \in \mathbb{R} \\ \cos x &= \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}, \quad x \in \mathbb{R} \\ \sin x &= \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}, \quad x \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

2020.01.21. Kalkulus II. NÉV:.....................................

KÓD:.....................................

1. Határozzuk meg a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+3}(x-2)^{n+4}$ függvénysor konvergenciatartományát. *25 %*
2. Oldjuk meg: $y^2 y' = \frac{1}{x}$. *20 %*
3. Határozzuk meg az $f(x,y) = 4x^3 + x^2 + 2y + 4x$ függvény $2x + y = 2$ feltétel melletti szélsőérték helyeit. *25 %*
4. Számoljuk ki az $\iint_H e^{\frac{x}{y}}\, dxy$ integrált, ahol H az $x = 0$, $y = 1$ és az $y^2 = x$ egyenletű görbék által határolt korlátos, zárt síkrész. *30 %*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 %-ot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

Vizsgajegy:

84–100 %	5
70–83 %	4
55–69 %	3
40–54 %	2
0–39 %	1

Segédlet:

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C,\ (\alpha \neq -1), \qquad \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C,$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C, \qquad \int \sin x dx = -\cos x + C, \qquad \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C, \qquad \int \frac{1}{x^2+1} dx = \operatorname{arctg} x + C = -\operatorname{arcctg} x + C,$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C = -\arccos x + C, \qquad \int e^x dx = e^x + C, \qquad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C\ .$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} < \infty \iff p > 1$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x} \iff |x| < 1$$

$$(1+x)^\alpha = \sum_{n=0}^{\infty} \binom{\alpha}{n} x^n \iff |x| < 1$$

$$\begin{aligned} e^x &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}\,, \quad x \in \mathbb{R} \\ \cos x &= \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}\,, \quad x \in \mathbb{R} \\ \sin x &= \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}\,, \quad x \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

2020.01.28. Kalkulus II. NÉV:.....................................

KÓD:.....................................

1. Határozzuk meg a $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+3}(x-2)^n$ függvénysor konvergenciatartományát. *25 %*
2. Oldjuk meg: $y^2 y' = \dfrac{1}{x} + x$. *20 %*
3. Definíció alapján és formálisan is adjuk meg az $f(x,y) = xy + 2y^2$ függvény $(-2,3)$ pontbeli, $\vec{u} = (1,-3)$ irány szerinti deriváltját. *25 %*
4. Határozzuk meg az $\displaystyle\int_L 2x\ dx - (x - y^2)\ dy$ integrál értékét, ahol L a $P(2,0)$ középpontú, 3 sugarú körív $A(2,3) \to B(-1,0)$ pontjait negatív irányban köti össze. *30 %*

Az elégséges érdemjegyhez legalább 40 %-ot el kell érni. **Tiltott eszközök használata esetén az érdemjegy elégtelen és ezt követően a hallgató már csak szóban vizsgázhat!**

Vizsgajegy:

84–100 %	5
70–83 %	4
55–69 %	3
40–54 %	2
0–39 %	1

Segédlet:

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C,\ (\alpha \neq -1), \quad \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C,$$
$$\int \cos x dx = \sin x + C, \quad \int \sin x dx = -\cos x + C, \quad \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C,$$
$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C, \quad \int \frac{1}{x^2+1} dx = \operatorname{arctg} x + C = -\operatorname{arcctg} x + C,$$
$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C = -\arccos x + C, \quad \int e^x dx = e^x + C, \quad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C\ .$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} < \infty \iff p > 1$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x} \iff |x| < 1$$

$$(1+x)^\alpha = \sum_{n=0}^{\infty} \binom{\alpha}{n} x^n \iff |x| < 1$$

$$\begin{aligned} e^x &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}, \quad x \in \mathbb{R} \\ \cos x &= \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}, \quad x \in \mathbb{R} \\ \sin x &= \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}, \quad x \in \mathbb{R} \end{aligned}$$