

Történetek kongruenciahálókról
(Schmidt E. Tamás 80. születésnapjára)
Budapest, 2016. február 24-én

Czédli Gábor (SZTE Bolyai Intézete, Szeged)

2016. február 23.

MathSciNet Author Profile: Schmidt, Elégius Tamás

Total publications: 128; Total author/related publications: 138. A 128-ból **57 cikk hálók kongruenciahálói**ról (± 2).

De pl. az alábbi nem szerepel a MathSciNet-ben:

Scmidt Tamás első cikke

Grätzer György és Schmidt Eligius: Hálók ideáljai és kongruenciarelációi I.; MTA Mat. Fiz. Oszt. Közl. **7** (1957), 93–109. (a cikk végén: Eötvös Lorán Tud. Egyetem II. mat.-fiz. szak.)

Tehát kb. 60 cikk *hálók* kongruenciahálói

ról. A következő oldalt kivéve csak **hálók** kongruenciahálóiról lesz szó.

$FL(\omega) \leq FL(3)$ (Whitman 1941),

Tétel (CzG, Acta Math. Hung. 148, 100–108, 2016 * * *)

Legyen $\delta \in \text{DualAut}(FL(3))$, amely identikusan hat a generátorokon. Van olyan S részhálójá $FL(3)$ -nak, hogy $\delta(S) = S \cong FL(\omega)$.

Crawley–Dean (1959): minden háló beágyazható 3-generált teljes hálóba (a generálást teljes háló értelemben értve). Az alábbihoz a Grätzer–Schmidt Tétel *bizonyítása* is kellett.

Tétel (CzG, benyújtva 2015.dec.12-én)

Tf h. L algebrai és $|L|$ elérhető. Ekkor L egy K 3-generált algebrai háló teljes részhálójá úgy, hogy $|K| \leq 2^{\max(\aleph_0, |L|)}$. Véges L -hez véges K is van.

$FL(\omega) \leq FL(3)$ (Whitman 1941),

Tétel (CzG, Acta Math. Hung. 148, 100–108, 2016 * * *)

Legyen $\delta \in \text{DualAut}(FL(3))$, amely identikusan hat a generátorokon. Van olyan S részhalója $FL(3)$ -nak, hogy $\delta(S) = S \cong FL(\omega)$.

Crawley–Dean (1959): minden háló beágyazható 3-generált teljes hálóba (a generálást teljes háló értelemben értve). Az alábbihoz a Grätzer–Schmidt Tétel *bizonyítása* is kellett.

Tétel (CzG, benyújtva 2015.dec.12-én)

Tfh. L algebrai és $|L|$ elérhető. Ekkor L egy K 3-generált algebrai háló teljes részhalója úgy, hogy $|K| \leq 2^{\max(\aleph_0, |L|)}$. Véges L -hez véges K is van.

Megjegyzés

Schmidt Tamásnak sok olyan tétele van, amelyek mélyebbek a Grätzer-Schmidt Tételnél és szintén nagyon elegánsak. (Néhányat említeni fogunk.)

Témáink: $\text{Con}(L)$, $\text{Comp}(L)$, $\text{Princ}(L)$.

$\text{Con}(L)$ algebrai és (Funayama–Nakayama 1942) disztributív. Adott D disztributív algebrai háló; létezik-e L háló, hogy $D \cong \text{Con}(L)$?

Tétel (Schmidt E. Tamás, 1981, *)

Igen, ha D -ben bármely két kompakt elem metszete kompakt.

Tétel (Huhn András, 1989, *)

Igen, ha D -nek legfeljebb $\aleph_1$ kompakt eleme van.

Tétel (Wehrung, 2007)

Általában nem.

$\text{Con}(L)$ algebrai és (Funayama–Nakayama 1942) disztributív. Adott D disztributív algebrai háló; létezik-e L háló, hogy $D \cong \text{Con}(L)$?

Tétel (Schmidt E. Tamás, 1981, *)

Igen, ha D -ben bármely két kompakt elem metszete kompakt.

Tétel (Huhn András, 1989, *)

Igen, ha D -nek legfeljebb $\aleph_1$ kompakt eleme van.

Tétel (Wehrung, 2007)

Általában nem.

$\text{Con}(L)$ algebrai és (Funayama–Nakayama 1942) disztributív. Adott D disztributív algebrai háló; létezik-e L háló, hogy $D \cong \text{Con}(L)$?

Tétel (Schmidt E. Tamás, 1981, *)

Igen, ha D -ben bármely két kompakt elem metszete kompakt.

Tétel (Huhn András, 1989, *)

Igen, ha D -nek legfeljebb $\aleph_1$ kompakt eleme van.

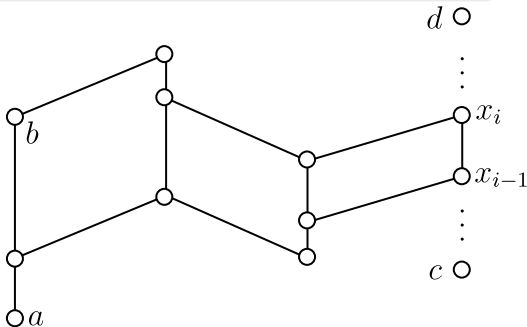
Tétel (Wehrung, 2007)

Általában nem.

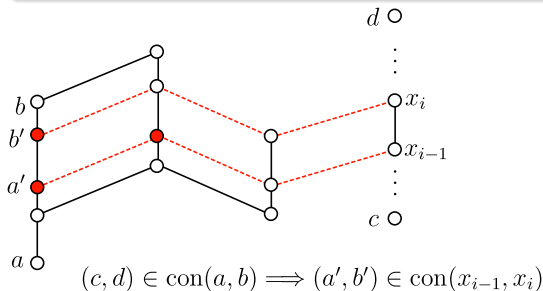
Lemma (GG-SchT első 2 cikk, azóta/ill. "Folklór")

*Ha $\Theta \in \text{Con}(L)$, akkor Θ osztályai konvex részhálók. (Ezért Θ -t meghatározza, hogy mely intervallumok korlátelemeit ejti össze.)
Továbbá $a < b$ és $x < y$ esetén $(c, d) \in \text{con}(a, b) \iff$*

$(c, d) \in \text{con}(a, b) \iff$



Ha L moduláris, $a \prec b$, akkor $\text{con}(a, b)$ atom $\text{Con}(L)$ -ben. Továbbá ha $c \prec d$, akkor vagy $\text{con}(a, b) = \text{con}(c, d)$, vagy ezek különböző atomok. Ezért ha L véges moduláris háló, akkor $\text{Con}(L)$ Boole-háló.



Tétel (Dilworth; első publikált bizonyítás: Grätzer–Schmidt 1962)

D véges disztributív $\Rightarrow \exists$ véges L hogy $D \cong \text{Con}(L)$.

Tétel (Grätzer–Schmidt, Period. Math. Hung. 69, 32–40 (2014))

L választható rektangulárisnak úgy, hogy $\text{Con}(L) = \text{Princ}(L)$. (Sőt, cp-cp kiterjesztés is lehetséges.)

Tétel (CzG–Schmidt, AU 65 91–108 (2011))

L választható „almost-geometric” hálónak: véges féligmoduláris, amelyben $J(L) =$ 

Megjegyzés

Erősebbek az ún. kiterjesztési tételek; Schmidt Tamásnak a fentén túl is sok olyan tétele van.

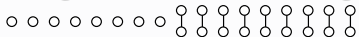
Tétel (Dilworth; első publikált bizonyítás: Grätzer–Schmidt 1962)

D véges disztributív $\Rightarrow \exists$ véges L hogy $D \cong \text{Con}(L)$.

Tétel (Grätzer–Schmidt, Period. Math. Hung. 69, 32–40 (2014))

L választható rektangulárisnak úgy, hogy $\text{Con}(L) = \text{Princ}(L)$. (Sőt, cp-cp kiterjesztés is lehetséges.)

Tétel (CzG–Schmidt, AU 65 91–108 (2011))

L választható „almost-geometric” hálónak: véges féligmoduláris, amelyben $J(L) =$ 

Megjegyzés

Erősebbek az ún. kiterjesztési tételek; Schmidt Tamásnak a fentén túl is sok olyan tétele van.

D véges disztributív $\Rightarrow \exists$ véges L hogy $D \cong \text{Con}(L)$.

L választható rektangulárisnak úgy, hogy $\text{Con}(L) = \text{Princ}(L)$. (Sőt, cp-cp kiterjesztés is lehetséges.)

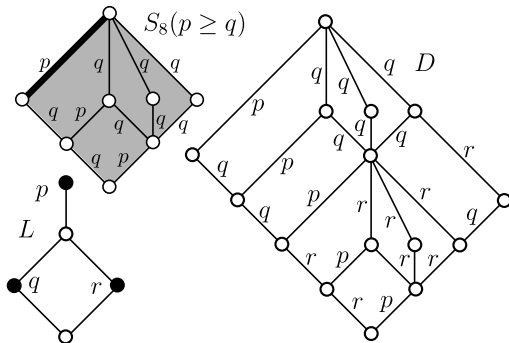
L választható „almost-geometric” hálónak: véges féligmoduláris,
amelyben $J(L) = \circ \circ \circ \circ \circ \circ \circ \circ \begin{smallmatrix} \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \end{smallmatrix}$

D véges disztributív $\Rightarrow \exists$ véges L hogy $D \cong \text{Con}(L)$.

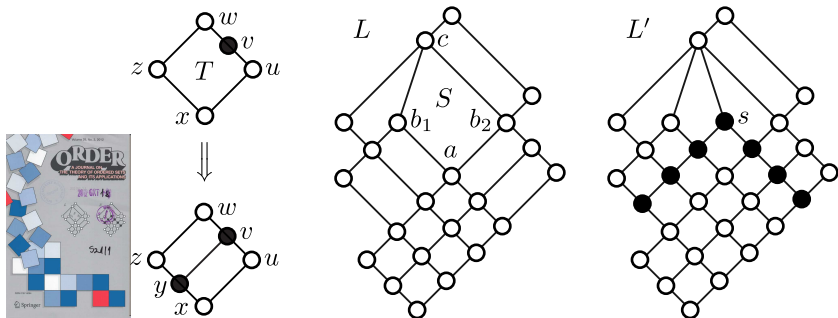
L választható rektangulárisnak úgy, hogy $\text{Con}(L) = \text{Princ}(L)$. (Sőt, cp-cp kiterjesztés is lehetséges.)

L választható „almost-geometric” hálónak: véges féligmoduláris,
amelyben $J(L) = \circ \circ \circ \circ \circ \circ \circ \circ \begin{smallmatrix} \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \end{smallmatrix}$

Erősebbek az ún. *kiterjesztési tételek*; Schmidt Tamásnak a fentín túl is sok olyan tétele van.



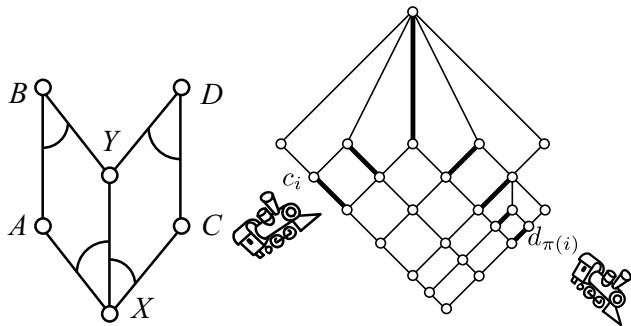
Planáris féligmoduláris + $\exists$ duplán irreduc. komplementum elempár.



(Az ábrán: csak villabeszúrás, L és L' NEM rektanguláris!)

Tétel (CzG–Schmidt, Order 29, 481–497 (2012))

Rektanguláris hálók = rácsból villák beszúrásával (ld. ábra), majd fedő négyzetek M_3 -má alakításával nyerhető hálók.



$\exists$: Grätzer–Nation (AU 64, 309–311, 2010)

Theorem (CzG–Schmidt Tamás, AU 66, 69–79 (2011))

Véges (kompozícióláncú) csoport bármely két kompozíciólánca között pontosan egy „le-fel” párosítás létezik.

Definíció

Egy rektanguláris háló sovány (definíció) nincs benne M_3 ($\iff J(L)$ két láncsal lefedhető); ezek pontosan a rácsokból villabeszúrásokkal nyerhető hálók.

Tétel (CzG–Dékány–Gyenizse–Kulin, AU 75 33–50, 2016)

Aszimptotikusan $(n - 2)! \cdot e^2/2$ darab n -hosszúságú sovány rektanguláris háló van.

$$e = \lim(1 + 1/n)^n \approx 2,718\,281\,828\,459\,045\,235\,360\,287\,471\,35 \dots$$

Tétel (Schmidt, ASM 77 47–52 (2011) speciális esete)

Legyen $\iota : D_2 \rightarrow D_1$ egy 0-1-hálóbeágyazás a D_1 véges disztributív hálóba. Ekkor van olyan L_2 rektanguláris háló és abban egy L_1 rektanguláris filter, hogy $D_i \cong \text{Con}(L_i)$, $(i = 1, 2)$, és $\iota \cong a$ $\text{Con}(L_2) \rightarrow \text{Con}(L_1)$ megszorítás.

Megjegyzés

Schmidt ASM 77 47–52 (2011) cikkében L_1 is előre adott, így ott *kiterjesztési* tétel szerepel, ami a fenténél erősebb.

Megjegyzés (CzG, AU 67 313–345, 2012)

A tétel $\forall \iota : D_2 \rightarrow D_1$ $\{\vee, \wedge, 0, 1\}$ -homorfizmusra is igaz.

Tétel (Schmidt, ASM 77 47–52 (2011) speciális esete)

Legyen $\iota : D_2 \rightarrow D_1$ egy 0-1-hálóbeágyazás a D_1 véges disztributív hálóba. Ekkor van olyan L_2 rektanguláris háló és abban egy L_1 rektanguláris filter, hogy $D_i \cong \text{Con}(L_i)$, ($i = 1, 2$), és $\iota \cong a \text{Con}(L_2) \rightarrow \text{Con}(L_1)$ megszorítás.

Megjegyzés

Schmidt ASM 77 47–52 (2011) cikkében L_1 is előre adott, így ott *kiterjesztési* tétel szerepel, ami a fentinél erősebb.

Megjegyzés (CzG, AU 67 313–345, 2012)

A tétel $\forall \iota : D_2 \rightarrow D_1$ $\{\vee, \wedge, 0, 1\}$ -homorfizmusra is igaz.

Tétel (Schmidt, ASM 77 47–52 (2011) speciális esete)

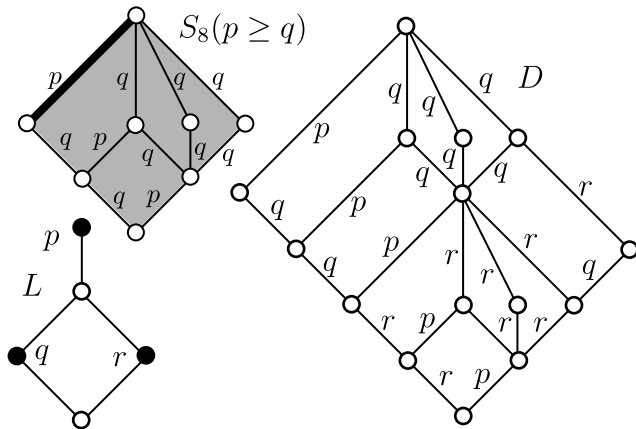
Legyen $\iota : D_2 \rightarrow D_1$ egy 0-1-hálóbeágyazás a D_1 véges disztributív hálóba. Ekkor van olyan L_2 rektanguláris háló és abban egy L_1 rektanguláris filter, hogy $D_i \cong \text{Con}(L_i)$, ($i = 1, 2$), és $\iota \cong a \text{Con}(L_2) \rightarrow \text{Con}(L_1)$ megszorítás.

Megjegyzés

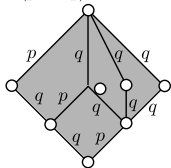
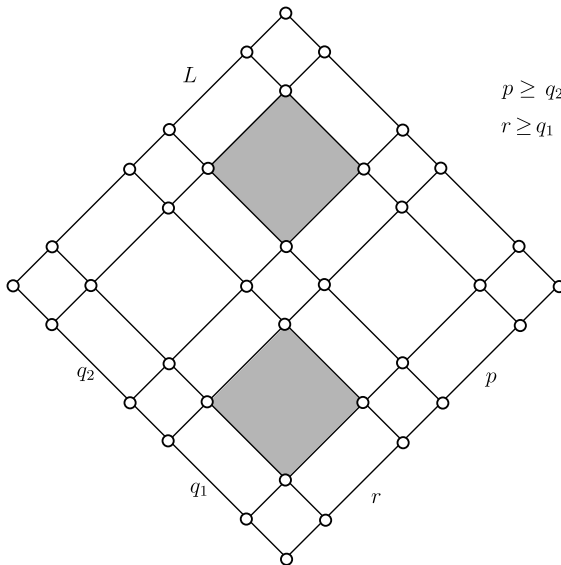
Schmidt ASM 77 47–52 (2011) cikkében L_1 is előre adott, így ott *kiterjesztési* tétel szerepel, ami a fenténél erősebb.

Megjegyzés (CzG, AU 67 313–345, 2012)

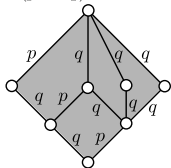
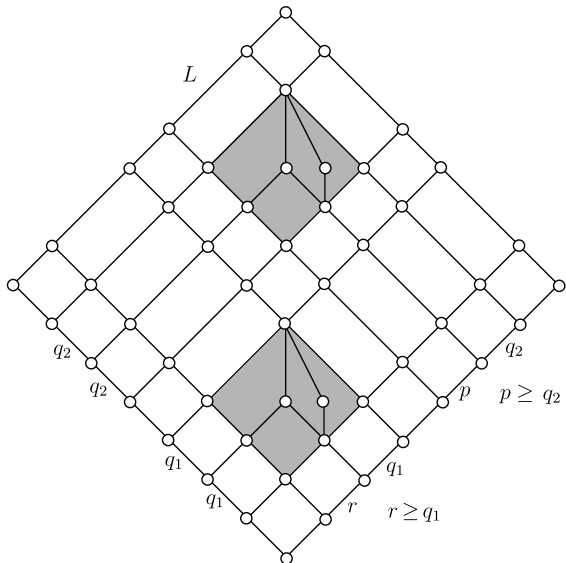
A tétel $\forall \iota : D_2 \rightarrow D_1$ $\{\vee, \wedge, 0, 1\}$ -homorfizmusra is igaz.



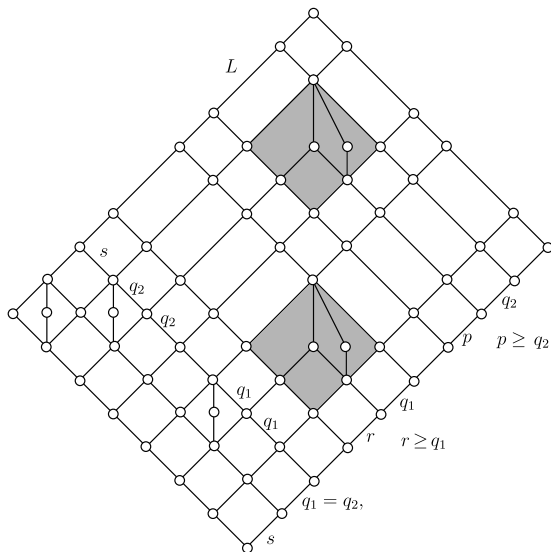
D -t $(J(D); \leq)$ meghatározza; $J(\text{Con}(L)) = \{\text{con}(e) : e \text{ él}\}$.

$S_8(p \geq q)$

 $\text{con}(p) \geq \text{con}(q)$

 $p \geq q_2$
 $r \geq q_1$

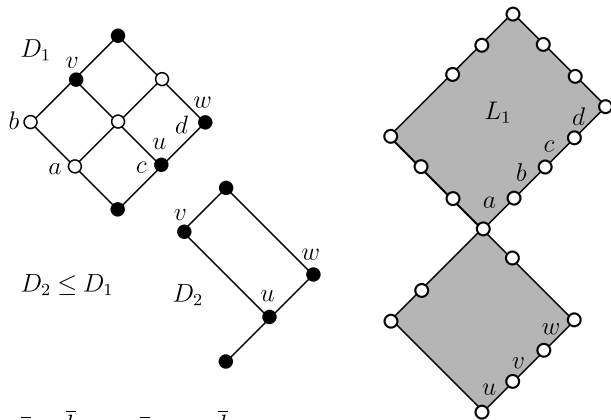
Színek azonosítása és átvezetése egy lánc ideálra.

$S_8(p \geq q)$

 $\text{con}(p) \geq \text{con}(q)$


Színek azonosítása és átvezetése egy lánc ideálra.



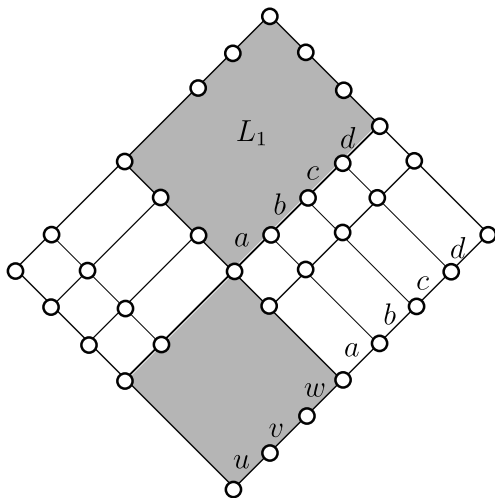
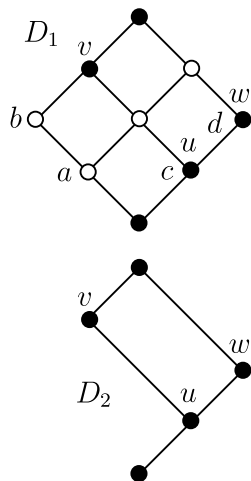
Színek azonosítva és átvezetve egy lánc ideálra $\surd$.

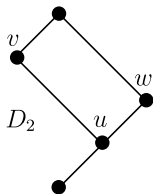
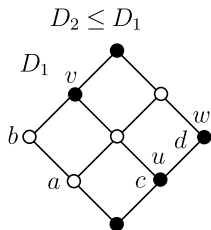


$$\bar{a} = \bar{b} = v, \bar{c} = u, \bar{d} = w$$

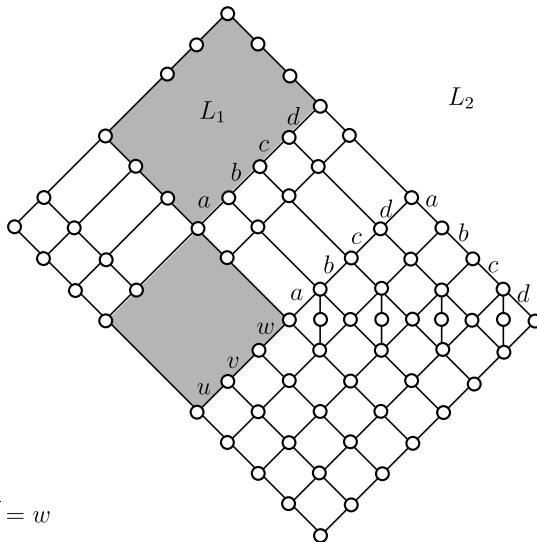
Ha $a \in D_1$, akkor $\bar{a} := \min\{b \in D_2 : a \leq b\}$.

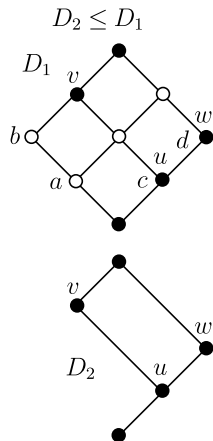
Disztributivitás $\Rightarrow$ ha $a \in J(D_1)$, akkor $\bar{a} \in J(D_2)$.



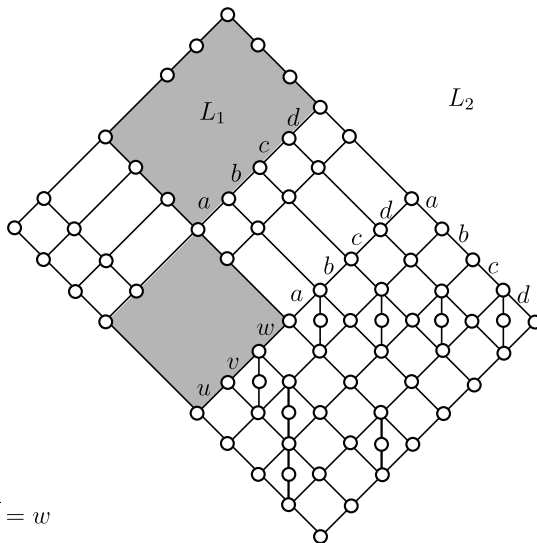


$$\bar{a} = \bar{b} = v, \bar{c} = u, \bar{d} = w$$





$$\bar{a} = \bar{b} = v, \bar{c} = u, \bar{d} = w$$



Tétel (Reuter–Wille, 1987 *)

$\text{Comp}(L)$ *nem mindig disztributív.* ?

Tétel (Grätzer 1988, Grätzer–Lakser, Trans.AMS 1991)

Bármely teljes háló reprezentálható $\text{Comp}(L)$ -ként.

Tétel (Freese–Grätzer–Schmidt 1991)

Az előző L 3-disztributív modulárisnak is választható.

Tétel (Grätzer–Schmidt, ASM (67) 39-50, 2001, speciális eset)

Sőt, moduláris 2-disztributívnek is úgy, hogy $\text{Comp}(L) = \text{Princ}(L)$, és $\forall \Theta \in \text{Comp}(L)$ -et prímintervallum generál. (m is)

Tétel (Reuter–Wille, 1987 *)

$\text{Comp}(L)$ *nem mindig disztributív.* ?

Tétel (Grätzer 1988, Grätzer–Lakser, Trans.AMS 1991)

Bármely teljes háló reprezentálható $\text{Comp}(L)$ -ként.

Tétel (Freese–Grätzer–Schmidt 1991)

Az előző L 3-disztributív modulárisnak is választható.

Tétel (Grätzer–Schmidt, ASM (67) 39-50, 2001, speciális eset)

*Sőt, moduláris 2-disztributívnek is úgy, hogy $\text{Comp}(L) = \text{Princ}(L)$, és $\forall \Theta \in \text{Comp}(L)$ -et *prímintervallum generál.* (m is)*

Tétel (Reuter–Wille, 1987 *)

$\text{Comp}(L)$ *nem mindig disztributív.* ?

Tétel (Grätzer 1988, Grätzer–Lakser, Trans.AMS 1991)

Bármely teljes háló reprezentálható $\text{Comp}(L)$ -ként.

Tétel (Freese–Grätzer–Schmidt 1991)

Az előző L 3-disztributív modulárisnak is választható.

Tétel (Grätzer–Schmidt, ASM (67) 39-50, 2001, speciális eset)

Sőt, moduláris 2-disztributívnek is úgy, hogy $\text{Comp}(L) = \text{Princ}(L)$, és $\forall \Theta \in \text{Comp}(L)$ -et prímintervallum generál. (m is)

Tétel (Reuter–Wille, 1987 *)

$\text{Comp}(L)$ *nem mindig disztributív.* ?

Tétel (Grätzer 1988, Grätzer–Lakser, Trans.AMS 1991)

Bármely teljes háló reprezentálható $\text{Comp}(L)$ -ként.

Tétel (Freese–Grätzer–Schmidt 1991)

Az előző L 3-disztributív modulárisnak is választható.

Tétel (Grätzer–Schmidt, ASM (67) 39-50, 2001, speciális eset)

*Sőt, moduláris 2-disztributívna is úgy, hogy $\text{Comp}(L) = \text{Princ}(L)$, és $\forall \Theta \in \text{Comp}(L)$ -et *prímintervallum generál.* (m is)*

Ha p prímintervallum L -ben és L disztributív, akkor $\text{con}_c(p)$ $\vee$ -irreducibilis. És ha K -ban ilyen nincs? Új módszer kellett.

Tétel (Grätzer–Schmidt, Proc. AMS 1993 + ASM 115-126, 1993)

Létezik 2-nél több elemű L teljes disztributív háló, hogy $|\text{Comp}(L)| = 2$. (Azaz L teljesen egyszerű, és nyilván végtelen.)

Tétel (Grätzer–Schmidt: Do we need complete-simple distributive lattices?, AU 1995)

Ha D teljes disztributív háló és $\text{Comp}(D) \in \{3, N_5\}$, akkor valamely $\Theta \in \text{Comp}(D)$ -re D/Θ végtelen disztributív, teljesen egyszerű háló.

Tétel (Grätzer–Schmidt: J. Algebra 171 204-229, 1995; m is.)

Bármely teljes háló $\text{Comp}(D)$ alakú alkalmas disztributív D hálóval.

Ha p prímintervállum L -ben és L disztributív, akkor $\text{con}_c(p)$ $\vee$ -irreducibilis. És ha K -ban ilyen nincs? Új módszer kellett.

Tétel (Grätzer–Schmidt, Proc. AMS 1993 + ASM 115-126, 1993)

Létezik 2-nél több elemű L teljes disztributív háló, hogy $|\text{Comp}(L)| = 2$. (Azaz L teljesen egyszerű, és nyilván végtelen.)

Tétel (Grätzer–Schmidt: Do we need complete-simple distributive lattices?, AU 1995)

Ha D teljes disztributív háló és $\text{Comp}(D) \in \{3, N_5\}$, akkor valamely $\Theta \in \text{Comp}(D)$ -re D/Θ végtelen disztributív, teljesen egyszerű háló.

Tétel (Grätzer–Schmidt: J. Algebra 171 204-229, 1995; m is.)

Bármely teljes háló $\text{Comp}(D)$ alakú alkalmas disztributív D hálóval.

Ha p prímintervallum L -ben és L disztributív, akkor $\text{con}_c(p)$ $\vee$ -irreducibilis. És ha K -ban ilyen nincs? Új módszer kellett.

Tétel (Grätzer–Schmidt, Proc. AMS 1993 + ASM 115-126, 1993)

Létezik 2-nél több elemű L teljes disztributív háló, hogy $|\text{Comp}(L)| = 2$. (Azaz L teljesen egyszerű, és nyilván végtelen.)

Tétel (Grätzer–Schmidt: Do we need complete-simple distributive lattices?, AU 1995)

Ha D teljes disztributív háló és $\text{Comp}(D) \in \{3, N_5\}$, akkor valamely $\Theta \in \text{Comp}(D)$ -re D/Θ végtelen disztributív, teljesen egyszerű háló.

Tétel (Grätzer–Schmidt: J. Algebra 171 204-229, 1995; m is.)

Bármely teljes háló $\text{Comp}(D)$ alakú alkalmas disztributív D hálóval.

Ha p prímintervállum L -ben és L disztributív, akkor $\text{con}_c(p)$ $\vee$ -irreducibilis. És ha K -ban ilyen nincs? Új módszer kellett.

Tétel (Grätzer–Schmidt, Proc. AMS 1993 + ASM 115-126, 1993)

Létezik 2-nél több elemű L teljes disztributív háló, hogy $|\text{Comp}(L)| = 2$. (Azaz L teljesen egyszerű, és nyilván végtelen.)

Tétel (Grätzer–Schmidt: Do we need complete-simple distributive lattices?, AU 1995)

Ha D teljes disztributív háló és $\text{Comp}(D) \in \{3, N_5\}$, akkor valamely $\Theta \in \text{Comp}(D)$ -re D/Θ végtelen disztributív, teljesen egyszerű háló.

Tétel (Grätzer–Schmidt: J. Algebra 171 204-229, 1995; m is.)

Bármely teljes háló $\text{Comp}(D)$ alakú alkalmas disztributív D hálóval.

Tétel (Schmidt, AU 4, 49–57, 1974)

Bármely D véges disztributív hálózhoz van olyan 2-disztributív moduláris L háló, hogy $D \cong \text{Con}(L)$.

Lemma (Schmidt, AU 4, 49–57, 1974)

Ha D disztributív, akkor $M_3[D]$ moduláris és D -nek kongruenciaőrző kiterjesztése.

A bizonyítás (és az újabbak is: Schmidt, Publ.Math.Debrecen (1993) és Grätzer–Schmidt, Studia Sci. Math. Hungar. 2013, itt $\text{Aut}(L)$ is) az $M_3[D]$ „Schmidt extension”-t használják!

Tétel (Schmidt, AU 18, 386–395, 1984)

*Bármely D véges disztributív hálózhoz van olyan **komplementumos** moduláris L háló, hogy $D \cong \text{Con}(L)$.*

Tétel (Schmidt, AU 4, 49–57, 1974)

Bármely D véges disztributív háléhoz van olyan 2-disztributív moduláris L háló, hogy $D \cong \text{Con}(L)$.

Lemma (Schmidt, AU 4, 49–57, 1974)

Ha D disztributív, akkor $M_3[D]$ moduláris és D -nek kongruenciaőrző kiterjesztése.

A bizonyítás (és az újabbak is: Schmidt, Publ.Math.Debrecen (1993) és Grätzer–Schmidt, Studia Sci. Math. Hungar. 2013, itt $\text{Aut}(L)$ is) az $M_3[D]$ „Schmidt extension”-t használják!

Tétel (Schmidt, AU 18, 386–395, 1984)

*Bármely D véges disztributív háléhoz van olyan **komplementumos** moduláris L háló, hogy $D \cong \text{Con}(L)$.*

Tétel (Schmidt, AU 4, 49–57, 1974)

Bármely D véges disztributív háléhoz van olyan 2-disztributív moduláris L háló, hogy $D \cong \text{Con}(L)$.

Lemma (Schmidt, AU 4, 49–57, 1974)

Ha D disztributív, akkor $M_3[D]$ moduláris és D -nek kongruenciaőrző kiterjesztése.

A bizonyítás (és az újabbak is: Schmidt, Publ.Math.Debrecen (1993) és Grätzer–Schmidt, Studia Sci. Math. Hungar. 2013, itt $\text{Aut}(L)$ is) az $M_3[D]$ „**Schmidt extension**”-t használják!

Tétel (Schmidt, AU 18, 386–395, 1984)

*Bármely D véges disztributív háléhoz van olyan **komplementumos** moduláris L háló, hogy $D \cong \text{Con}(L)$.*

Tétel (Schmidt, AU 4, 49–57, 1974)

Bármely D véges disztributív hálózhoz van olyan 2-disztributív moduláris L háló, hogy $D \cong \text{Con}(L)$.

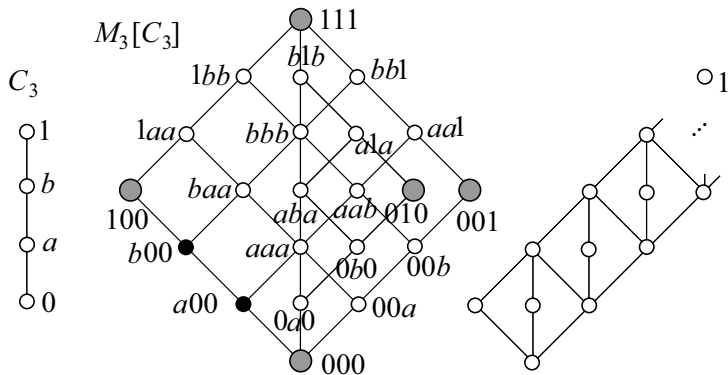
Lemma (Schmidt, AU 4, 49–57, 1974)

Ha D disztributív, akkor $M_3[D]$ moduláris és D -nek kongruenciaőrző kiterjesztése.

A bizonyítás (és az újabbak is: Schmidt, Publ.Math.Debrecen (1993) és Grätzer–Schmidt, Studia Sci. Math. Hungar. 2013, itt $\text{Aut}(L)$ is) az $M_3[D]$ „**Schmidt extension**”-t használják!

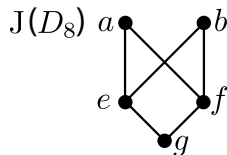
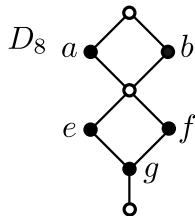
Tétel (Schmidt, AU 18, 386–395, 1984)

*Bármely D véges disztributív hálózhoz van olyan **komplementumos** moduláris L háló, hogy $D \cong \text{Con}(L)$.*



Definíció (Schmidt, AU 4, 49–57, 1974)

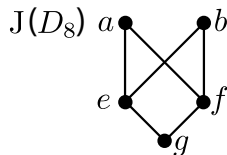
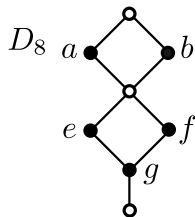
$$M_3[D] := (\{(a, b, c) \in D^3 : a \wedge b = a \wedge c = b \wedge c\}; \leq)$$



Tétel (CzG, AU 72, 225–230, 2014)

Az fenti D nem áll elő Con(sovány féligmoduláris) alakban.

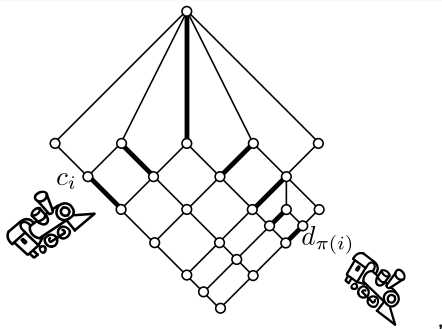
Elég sovány rektanguláris hálókat vizsgálni.



Tétel (CzG, AU 72, 225–230, 2014)

Az fenti D nem áll elő Con(sovány féligmoduláris) alakban.

Elég sovány rektanguláris hálókat vizsgálni.



de az alábbi def. helyett inkább %.

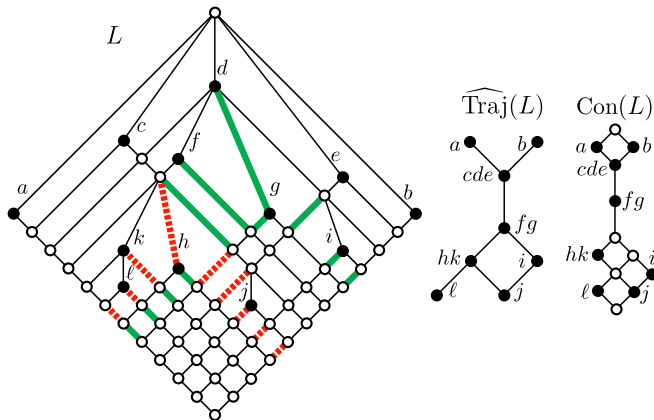
Definíció (CzG, , AU 72, 125–154, 2014)

$u \in \text{Traj}(L)$ -re $\text{top}(u)$ az az $e \in u$ él, amelyre 1_e a legnagyobb.

$u, v \in \text{Traj}(L)$ -re legyen $(u, v) \in \sigma \stackrel{\text{def}}{\iff}$

- u süvegtrajektória, $1_u \leq 1_v$, de $0_{\text{top}(u)} \not\leq 0_{\text{top}(v)}$.

$(\text{Traj}(L); \text{quord}(\sigma))$ meghatároz egy r.r.halmazt: $(\widehat{\text{Traj}}(L); \leq)$.



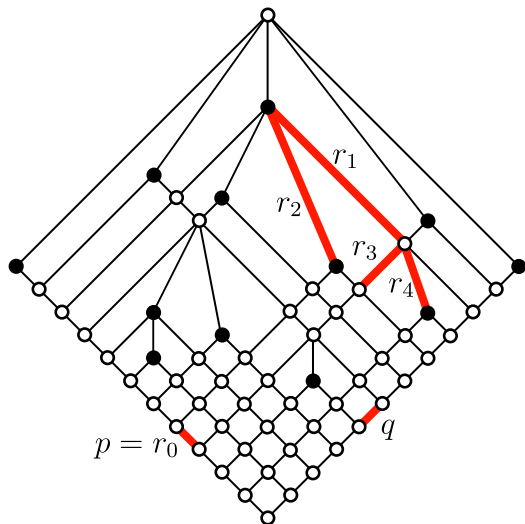
Tétel (CzG, , AU 72 125–154, 2014)

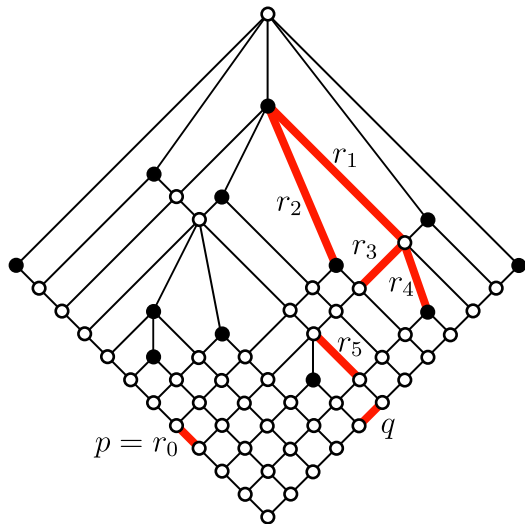
Ha L sovány regtanguláris háló, akkor $J(\text{Con}(L)) \cong (\widehat{\text{Traj}}(L); \leq)$.

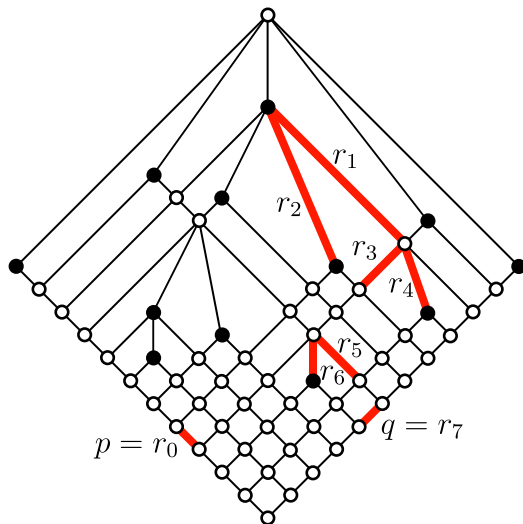
Megjegyzés

$\text{Con}(L)$ „megértésére” több lehetőség is van.

- trajektóriákkal (CzG), amint az előbb láttuk;
- a háló speciális („source”) elemeivel (SchT);
- a Lengő Lemmával (GG).







Tétel (Grätzer, AU 70, 95–105, 2013)

Bármely $P = (P; \leq)$ korlátos r.r.halmaz előáll Princ(L) alakban, ahol $\text{length}(L) = 5$.

Princ(L) mindig irányított és 0-elemes. Nyitott kérdés: fordítva?

Tétel (CzG, AU 2016 ($\exists$ page proofs))

Ha P irányított, 0-elemes és van benne kofinális lánc (pl. ha $|P| \leq \aleph_0$), akkor P előáll Princ(L) alakban.

(Anonym lektor: jöhetne már egy negatív eredmény is ...)

Ha $\{c_1 < c_2 < \dots\}$ egy kofinális lánc, akkor a konstrukció lényege:

Tétel (Grätzer, AU 70, 95–105, 2013)

Bármely $P = (P; \leq)$ korlátos r.r.halmaz előáll Princ(L) alakban, ahol $\text{length}(L) = 5$.

Princ(L) mindig irányított és 0-elemes. Nyitott kérdés: fordítva?

Tétel (CzG, AU 2016 ($\exists$ page proofs))

Ha P irányított, 0-elemes és van benne kofinális lánc (pl. ha $|P| \leq \aleph_0$), akkor P előáll Princ(L) alakban.

(Anonym lektor: jöhetne már egy negatív eredmény is ...)

Ha $\{c_1 < c_2 < \dots\}$ egy kofinális lánc, akkor a konstrukció lényege:

Tétel (Grätzer, AU 70, 95–105, 2013)

Bármely $P = (P; \leq)$ korlátos r.r.halmaz előáll Princ(L) alakban, ahol $\text{length}(L) = 5$.

Princ(L) mindig irányított és 0-elemes. Nyitott kérdés: fordítva?

Tétel (CzG, AU 2016 ($\exists$ page proofs))

Ha P irányított, 0-elemes és van benne kofinális lánc (pl. ha $|P| \leq \aleph_0$), akkor P előáll Princ(L) alakban.

(Anonym lektor: jöhetne már egy negatív eredmény is ...)

Ha $\{c_1 < c_2 < \dots\}$ egy kofinális lánc, akkor a konstrukció lényege:

Tétel (Grätzer, AU 70, 95–105, 2013)

Bármely $P = (P; \leq)$ korlátos r.r.halmaz előáll Princ(L) alakban, ahol $\text{length}(L) = 5$.

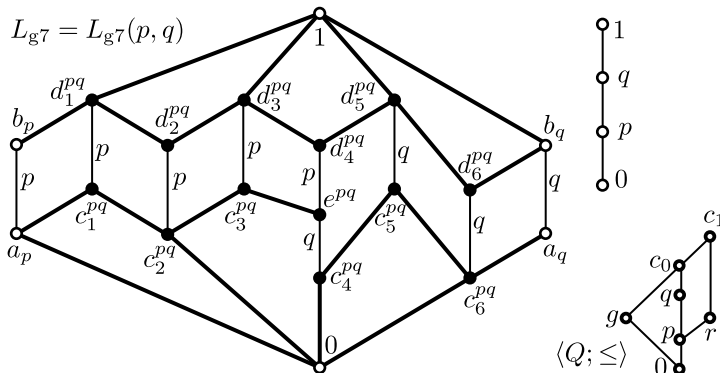
Princ(L) mindig irányított és 0-elemes. Nyitott kérdés: fordítva?

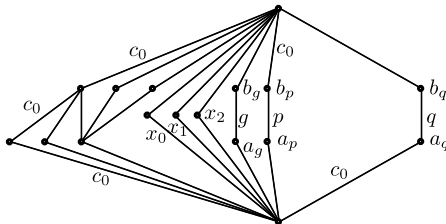
Tétel (CzG, AU 2016 ($\exists$ page proofs))

Ha P irányított, 0-elemes és van benne kofinális lánc (pl. ha $|P| \leq \aleph_0$), akkor P előáll Princ(L) alakban.

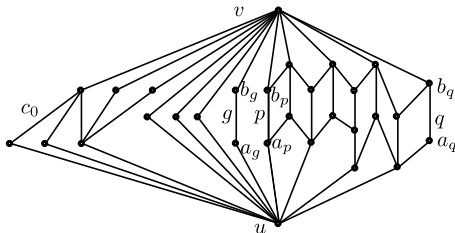
(Anonym lektor: jöhetne már egy negatív eredmény is ...)

Ha $\{c_1 < c_2 < \dots\}$ egy kofinális lánc, akkor a konstrukció lényege:

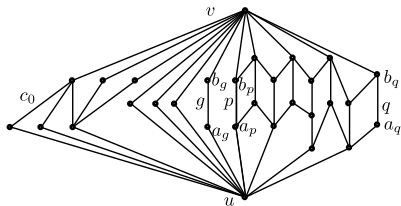




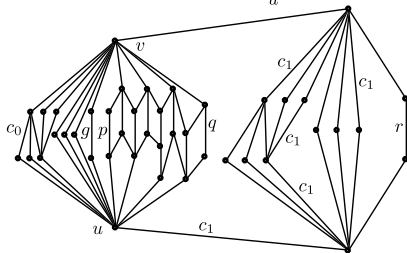
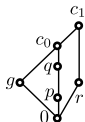
A graph with five nodes. Node g is on the left. Nodes $c_0, q, p, 0$ are on the right, arranged vertically from top to bottom. Edges connect g to c_0 , g to p , and c_0 to q to p to 0 .



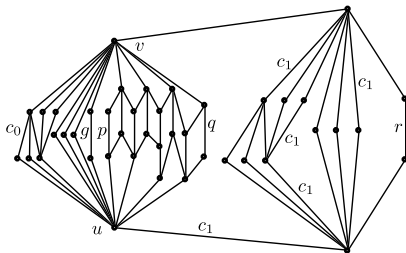
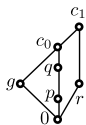
Step (b)



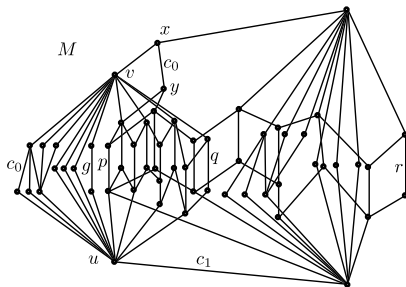
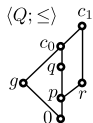
Step (c)



Step (c)



Step (d)



Ez a fájl itt érhető el (ld. "Conference talks"):

<http://www.math.u-szeged.hu/~czedli/>