

! nappali ☐	levelező ☐	!
---------------------------------	--------------------------------	---

Név=

születési hónap, nap=

EHA kód=

Tisztelt Vizsgázó! Minden egyes feladatnál a választ, illetve a végeredményt a feladathoz tartozó, előre nyomtatott téglalap(ok)ban kell megadnia! Ellenkező esetben **ki se javítjuk a feladatot!** Négyféle téglalap van: háromféle kicsi (azaz 1 sor magasságú) és egy nagy téglalap. A kis téglalap lehet **felkiáltójeles kis téglalap**, ez esetben **pontosan egy körbe** kell $\times$ -et tennie. A **kérdőjeles kis téglalapok** esetén **egy vagy több körbe** kell értelemszerűen $\times$ -et tennie. Az **aláhúzott kis téglalapba a végeredményt** (többnyire egy számot vagy formulát) kell jól olvashatóan beírnia. (Pl. ld. EHA kód fent.) **A kis téglalapokba tollal kell írni, javítás, áthúzás, lefestés tilos!** Tehát ne kapkodja el a kis téglalapok kitöltését; mérje fel előre, hány perc jut egy feladatra! (A vizsga **90 perces!**)

Ha egy feladatnál indoklást, számolást (is) várunk, akkor erre a célra egy több sor magasságú **nagy téglalapot is** megadunk. Abban — ellenkező kitétel híján — lehet javítani; ha netalán kevés a hely, akkor jól látható módon jelezze, hogy hol vannak a folytatósorok. De ezekre a feladatokra is érvényes: **csak akkor értékeljük**, ha a kis téglalap ki van töltve és összhangban van a nagy téglalapban szereplő, egyértelműen kibetűzhető munkával.

Segédszámolásokat **a téglalapokon kívül, csakis a kiosztott lapon** bárhová (pl. hátoldalra, sorok közé, stb.) lehet írni; ezeket a javításkor nem vesszük figyelembe. Részpontot nem adunk; egy-egy feladat hibátlan megoldása esetén **öt pont** jár, egyébként pedig nulla. **Segédeszköz** (kalkulátor, függvénytáblázat, saját papír, stb.) **nem** használható! Az összetűzött feladatsor nem szedhető szét!

dmnv2j-02.C0-B

CzG

(1) Az üzletben hétféle CD kapható. Mindegyikből van bőven. Hányféleképpen vásárolhatunk egyszerre három különböző CD-t? (Mivel „egyszerre”, a sorrend nem számít.)

! 18 ☐	3^7 ☐	$\left(\frac{7}{3}\right)$ ☐	$\left(\frac{3}{7}\right)$ ☐	$\left(\frac{9}{3}\right)$ ☐	$7! \cdot 3!$ ☐	7^3 ☐	egyik sem ☐	!
----------------------------	-----------------------------	--	--	--	-------------------------------------	-----------------------------	---------------------------------	---

dmnv2j-02.C0-B

CzG

MEGOLDÁS: $\left(\frac{7}{3}\right)$

dmnv2j-02.C0-B

CzG

(2) A

$$29x + 13y = 6$$

diofantoszi egyenlet egyik megoldása esetén x az alábbi intervallumok valamelyikébe esik. Jelölje meg ezt az intervallumot!

! [0, 2) ☐	[10, 14) ☐	[14, 16) ☐	[6, 8) ☐	[18, 20) ☐	[30, 33) ☐	egyik sem ☐	!
--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	---------------------------------	---

Számolás, indoklás:

számolás, indoklás.

dmnv2j-02.C0-B

CzG

MEGOLDÁS: [14, 16). Ugyanis az általános megoldás $x = 2 + 13t$, $y = -4 - 29t$.

dmnv2j-02.C0-B

CzG

(3) Hányféleképpen rakhatók sorba a „KENNEK” szó betűi? (Természetesen mind a hat betűt felhasználva.)

!	$\binom{6}{4}$	$\binom{6}{5}$	18	32	$\frac{6!}{2! \cdot 2! \cdot 2!}$	$\frac{6!}{4!}$	$\frac{24}{2! \cdot 3!}$	egyik sem	!
---	----------------	----------------	----	----	-----------------------------------	-----------------	--------------------------	-----------	---

dmnv2j-02.C0-B _____ CzG

MEGOLDÁS: $\frac{6!}{2! \cdot 2! \cdot 2!}$.

dmnv2j-02.C0-B _____ CzG

(4) A felsorolt kongruenciák közül jelölje meg azokat, amelyeknek létezik megoldása.

?	$8x \equiv 12 \pmod{15}$	$90x \equiv 11 \pmod{120}$	$13x \equiv 9 \pmod{24}$	egyik sem	?
---	--------------------------	----------------------------	--------------------------	-----------	---

dmnv2j-02.C0-B _____ CzG

MEGOLDÁS: $8x \equiv 12 \pmod{15}$, $13x \equiv 9 \pmod{24}$.

dmnv2j-02.C0-B _____ CzG

(5) Tekintsük a $(\mathbf{Z}; -)$ algebrát. (Itt a „-” jel a szokásos kétváltozós kivonást jelöli.) Jelölje meg, hogy az alábbiak közül mely kijelentések érvényesek erre az algebrára:

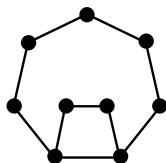
?	gyűrű	Abel-csoport	grupoid	egyik sem	?
---	-------	--------------	---------	-----------	---

dmnv2j-02.C0-B _____ CzG

MEGOLDÁS: Grupoid.

dmnv2j-02.C0-B _____ CzG

(6) Jelölje be a téglalapban azokat a tulajdonságokat, amelyek érvényesek az alábbi gráfra:



?	van Hamilton-köre	páros gráf	síkgráf	egyik sem	?
---	-------------------	------------	---------	-----------	---

dmnv2j-02.C0-B _____ CzG

MEGOLDÁS: Van Hamilton-köre, síkgráf.

dmnv2j-02.C0-B _____ CzG

(7) Legyen $(A; *)$ és $(B; *)$ egy-egy grupoid, legyen φ egy $A \rightarrow B$ leképezés, és legyen c egy rögzített eleme A -nak. Melyek szükségképpen igazak az alábbi kijelentések közül?

Ha $\forall x \in A$ -ra $c * x = x * c$, akkor c -t az $(A; *)$ egységelemének nevezzük.

!	igen	nem	$\oplus$	!
---	------	-----	----------	---

Ha $(A; *)$ -nak van egységeleme, akkor $(A; *)$ monoid.

!	igen	nem	$\oplus$	!
---	------	-----	----------	---

Ha φ izomorfizmus, akkor szürjektív is.

!	igen		!
---	------	--	---

dmnv2j-02.C0-B _____ CzG

(8) Tekintsük az $(\mathbf{N}; +)$ félcsoportot. (A művelet a szokásos összeadás.) A b elem (azaz a $\{b\}$ részhalmaz) által generált részfélcsoportot $[b]$ -vel jelöljük. Jelölje meg az igaz kijelentéseket a téglalapban felsoroltak közül:

?	$[5] = [6]$	$[5] = [25]$	$25 \in [5]$	egyik sem	?
---	-------------	--------------	--------------	-----------	---

dmnv2j-02.C0-B _____ CzG

MEGOLDÁS: $25 \in [5]$.

dmnv2j-02.C0-B _____ CzG

(9) Az $(A; *)$, $(B; *)$ és $(C; *)$ grupoidokat az alábbi művelet táblázatok definiálják:

A				B				C			
$*$	0	1	2	$*$	a	b	c	$*$	p	q	r
0	0	1	2	a	a	b	c	p	p	p	p
1	1	0	2	b	b	c	a	q	p	q	r
2	2	2	2	c	c	a	b	r	p	r	q

Jelölje meg az igaz kijelentéseket a téglalapban felsoroltak közül:

?	$(A; *)$ -nak van egységeleme ☐	$(B; *)$ -nak van egységeleme ☐	$(C; *)$ gyűrű ☐	egyik sem ☐	?
---	--	--	---	------------------------------------	---

dmnv2j-02.C0-B _____ CzG

MEGOLDÁS: Igen, igen, nem.

dmnv2j-02.C0-B _____ CzG

(10) Legyen A egy adott kételemű, B pedig egy adott háromelemű halmaz. Hány $A \rightarrow B$ leképezés van?

!	6 ☐	8 ☐	9 ☐	$\left(\frac{5}{3}\right)$ ☐	27 ☐	ezek egyik sem ☐	!
---	----------------------------	----------------------------	----------------------------	---	-----------------------------	---	---

dmnv2j-02.C0-B _____ CzG

MEGOLDÁS: 9.

dmnv2j-02.C0-B _____ CzG