

!	nappali ☐	levelező ☐	!
---	-------------------------------	--------------------------------	---

Név=

születési hónap, nap=

EHA kód=

Tisztelt Vizsgáló! Minden egyes feladatnál a választ, illetve a végeredményt a feladathoz tartozó, előre nyomtatott téglalap(ok)ban kell megadnia! Ellenkező esetben **ki se javítjuk a feladatot!** Négyféle téglalap van: háromféle kicsi (azaz 1 sor magasságú) és egy nagy téglalap. A kis téglalap lehet **felkiáltójeles kis téglalap**, ez esetben **pontosan egy** körbe kell $\times$ -et tennie. A **kérdőjeles kis téglalapok** esetén **egy vagy több** körbe kell értelemszerűen $\times$ -et tennie. Az **aláhúzott kis téglalapba a végeredményt** (többnyire egy számot vagy formulát) kell jól olvashatóan beírnia. (Pl. ld. EHA kód fent.) **A kis téglalapokba tollal kell írni, javítás, áthúzás, lefestés tilos!** Tehát ne kapkodja el a kis téglalapok kitöltését; mérje fel előre, hány perc jut egy feladatra! (A vizsga **90 perces!**)

Ha egy feladatnál indoklást, számolást (is) várunk, akkor erre a célra egy több sor magasságú **nagy téglalapot is** megadunk. Abban — ellenkező kitétel híján — lehet javítani; ha netalán kevés a hely, akkor jól látható módon jelezze, hogy hol vannak a folytatósorok. De ezekre a feladatokra is érvényes: **csak akkor értékeljük**, ha a kis téglalap ki van töltve és összhangban van a nagy téglalapban szereplő, egyértelműen kibetűzhető munkával.

Segédszámolásokat **a téglalapokon kívül, csakis a kiosztott lapon** bárhová (pl. hátoldalra, sorok közé, stb.) lehet írni; ezeket a javításkor nem vesszük figyelembe. Részpontot nem adunk; egy-egy feladat hibátlan megoldása esetén **öt pont** jár, egyébként pedig nulla. **Segédeszköz** (kalkulátor, függvény táblázat, saját papír, stb.) **nem** használható! Az összetűzött feladatsor nem szedhető szét!

dmnv2j-02.C0-A

CzG

(1) Az üzletben hatféle CD kapható. Mindegyikből van bőven. Hányféleképpen vásárolhatunk egyszerre három különböző CD-t? (Mivel „egyszerre”, a sorrend nem számít.)

!	6^3 ☐	3^6 ☐	$\binom{6}{3}$ ☐	$\binom{3}{6}$ ☐	$\binom{8}{3}$ ☐	$6! \cdot 3!$ ☐	24 ☐	egyik sem ☐	!
---	-----------------------------	-----------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------	-------------------------------------	--------------------------	---------------------------------	---

dmnv2j-02.C0-A

CzG

MEGOLDÁS: $\binom{6}{3}$

dmnv2j-02.C0-A

CzG

(2) A

$$29x + 13y = 6$$

diofantoszi egyenlet egyik megoldása esetén x az alábbi intervallumok valamelyikébe esik. Jelölje meg ezt az intervallumot!

!	$[0, 3)$ ☐	$[3, 6)$ ☐	$[6, 8)$ ☐	$[8, 10)$ ☐	$[10, 12)$ ☐	$[20, 24)$ ☐	egyik sem ☐	!
---	--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	---------------------------------	----------------------------------	----------------------------------	---------------------------------	---

Számolás, indoklás:

számolás, indoklás.

dmnv2j-02.C0-A

CzG

MEGOLDÁS: $[0, 3)$. Ugyanis az általános megoldás $x = 2 + 13t$, $y = -4 - 29t$.

dmnv2j-02.C0-A

CzG

(3) Hányféleképpen rakhatók sorba az „ALATT” szó betűi? (Természetesen mind az öt betűt felhasználva.)

$! \left(\frac{5}{3} \right) \circ$	$5! - 2! - 2! \circ$	$4 \cdot 4! \circ$	$9 \circ$	$\frac{5!}{2! \cdot 2!} \circ$	$\frac{5!}{4!} \circ$	$\frac{24}{2! \cdot 2!} \circ$	egyik sem $\circ$	$!$
--------------------------------------	----------------------	--------------------	-----------	--------------------------------	-----------------------	--------------------------------	-------------------	-----

dmnv2j-02.C0-A _____ CzG

MEGOLDÁS: $\frac{5!}{2! \cdot 2!}$.

dmnv2j-02.C0-A _____ CzG

(4) A felsorolt kongruenciák közül jelölje meg azokat, amelyeknek létezik megoldása.

$? \ 9x \equiv 11 \pmod{12} \circ$	$11x \equiv 9 \pmod{24} \circ$	$7x \equiv 12 \pmod{11} \circ$	egyik sem $\circ$	$?$
------------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	-------------------	-----

dmnv2j-02.C0-A _____ CzG

MEGOLDÁS: $11x \equiv 9 \pmod{24}$, $7x \equiv 12 \pmod{11}$.

dmnv2j-02.C0-A _____ CzG

(5) Tekintsük a $(\mathbf{Z}; +)$ algebrát. (Itt a $+$ a szokásos kétváltozós összeadást jelöli.) Jelölje meg, hogy az alábbiak közül mely kijelentések érvényesek erre az algebrára:

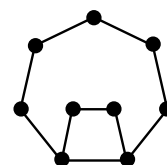
$? \text{ test } \circ$	$\text{csoport } \circ$	$\text{monoid } \circ$	$\text{félcsoport } \circ$	$\text{Abel-csoport } \circ$	egyik sem $\circ$	$?$
-------------------------	-------------------------	------------------------	----------------------------	------------------------------	-------------------	-----

dmnv2j-02.C0-A _____ CzG

MEGOLDÁS: Csoport, monoid, félcsoport, Abel-csoport.

dmnv2j-02.C0-A _____ CzG

(6) Jelölje be a téglalapban azokat a tulajdonságokat, amelyek érvényesek az alábbi gráfra:



$? \text{ páros gráf } \circ$	$\text{síkgráf } \circ$	$\text{van Euler-vonala } \circ$	egyik sem $\circ$	$?$
-------------------------------	-------------------------	----------------------------------	-------------------	-----

dmnv2j-02.C0-A _____ CzG

MEGOLDÁS: Síkgráf, van Euler-vonala.

dmnv2j-02.C0-A _____ CzG

(7) Legyen $(A; *)$ és $(B; *)$ egy-egy grupoid, legyen φ egy $A \rightarrow B$ leképezés, és legyen c egy rögzített eleme A -nak. Melyek szükségképpen igazak az alábbi kijelentések közül?

Ha minden $x, y \in A$ -ra $(x * y)\varphi = (x\varphi) * (y\varphi)$, akkor φ homomorfizmus.

$! \text{ igen } \oplus$	$\text{nem } \circ$	$!$
--------------------------	---------------------	-----

Ha $\forall x \in A$ -ra $c * x = x * c = c$, akkor c -t az $(A; *)$ egységelemének nevezzük.

$! \text{ igen } \circ$	$\text{nem } \oplus$	$!$
-------------------------	----------------------	-----

Ha $(A; *)$ monoid, akkor van egységeleme.

$! \text{ igen } \oplus$	$\text{nem } \circ$	$!$
--------------------------	---------------------	-----

dmnv2j-02.C0-A _____ CzG

(8) Tekintsük az $(\mathbf{N}; \cdot)$ félcsoportot. (A művelet a szokásos szorzás.) A b elem (azaz a $\{b\}$ részhalmaz) által generált részfélcsoportot $[b]$ -vel jelöljük. Jelölje meg az igaz kijelentéseket a téglalapban felsoroltak közül:

$? \ [1] = [2] \circ$	$[1] = \{1, 2\} \circ$	$8 \in [2] \circ$	egyik sem $\circ$	$?$
-----------------------	------------------------	-------------------	-------------------	-----

dmnv2j-02.C0-A _____ CzG

MEGOLDÁS: $8 \in [2]$.

dmnv2j-02.C0-A _____ CzG

(9) Az $(A; *)$, $(B; *)$ és $(C; *)$ grupoidokat az alábbi művelet táblázatok definiálják:

A				B				C			
$*$	0	1	2	$*$	a	b	c	$*$	p	q	r
0	0	1	2	a	a	b	c	p	p	p	p
1	1	0	2	b	b	c	a	q	p	q	r
2	2	2	2	c	c	a	b	r	p	r	q

Jelölje meg az igaz kijelentéseket a téglalapban felsoroltak közül:

?	a 0 egységeleme $(A; *)$ -nak ☐	$(B; *)$ gyűrű ☐	$(C; *)$ test ☐	egyik sem ☐	?
---	--	---	--	------------------------------------	---

dmnv2j-02.C0-A _____ CzG

MEGOLDÁS: Igen, nem, nem.

dmnv2j-02.C0-A _____ CzG

(10) Legyen A egy adott háromelemű, B pedig egy adott kételemű halmaz. Hány $A \rightarrow B$ leképezés van?

!	6 ☐	8 ☐	9 ☐	$\left(\frac{5}{3}\right)$ ☐	27 ☐	ezek egyik sem ☐	!
---	----------------------------	----------------------------	----------------------------	---	-----------------------------	---	---

dmnv2j-02.C0-A _____ CzG

MEGOLDÁS: 8.

dmnv2j-02.C0-A _____ CzG