

! nappali ☐	levelező ☐	!
---------------------------------	--------------------------------	---

Név=

születési hónap, nap=

EHA kód=

Tisztelt Vizsgáló! Minden egyes feladatnál a választ, illetve a végeredményt a feladathoz tartozó, előre nyomtatott téglalap(ok)ban kell megadnia! Ellenkező esetben **ki se javítjuk a feladatot!** Négyféle téglalap van: háromféle kicsi (azaz 1 sor magasságú) és egy nagy téglalap. A kis téglalap lehet **felkiáltójeles kis téglalap**, ez esetben **pontosan egy** körbe kell $\times$ -et tennie. A **kérdőjeles kis téglalapok** esetén **egy vagy több** körbe kell értelemszerűen $\times$ -et tennie. Az **aláhúzott kis téglalapba a végeredményt** (többnyire egy számot vagy formulát) kell jól olvashatóan beírnia. (Pl. ld. EHA kód fent.) **A kis téglalapokba tollal kell írni, javítás, áthúzás, lefestés tilos!** Tehát ne kapkodja el a kis téglalapok kitöltését; mérje fel előre, hány perc jut egy feladatra! (A vizsga **90 perces!**)

Ha egy feladatnál indoklást, számolást (is) várunk, akkor erre a célra egy több sor magasságú **nagy téglalapot is** megadunk. Abban — ellenkező kitétel híján — lehet javítani; ha netalán kevés a hely, akkor jól látható módon jelezze, hogy hol vannak a folytatósorok. De ezekre a feladatokra is érvényes: **csak akkor értékeljük**, ha a kis téglalap ki van töltve és összhangban van a nagy téglalapban szereplő, egyértelműen kibetűzhető munkával.

Segédszámolásokat **a téglalapokon kívül, csakis a kiosztott lapon** bárhová (pl. hátoldalra, sorok közé, stb.) lehet írni; ezeket a javításkor nem vesszük figyelembe. Részpontot nem adunk; egy-egy feladat hibátlan megoldása esetén **hat pont** jár, egyébként pedig nulla. **Segédeszköz** (kalkulátor, függvénytáblázat, saját papír, stb.) **nem** használható! Az összetűzött feladatsor nem szedhető szét!

dmnv2j-01.C1-B

CzG

(1) A PC szaküzletben hatféle CD kapható. Hányféleképpen vásárolhatunk egyszerre három különböző CD-t? (Mivel „egyszerre”, a sorrend nem számít.)

! 18 ☐	3^6 ☐	$\left(\frac{6}{3}\right)$ ☐	$\left(\frac{3}{6}\right)$ ☐	$\left(\frac{8}{3}\right)$ ☐	$6! \cdot 3!$ ☐	6^3 ☐	egyik sem ☐	!
----------------------------	-----------------------------	--	--	--	-------------------------------------	-----------------------------	---------------------------------	---

dmnv2j-01.C1-B

CzG

MEGOLDÁS: $\left(\frac{6}{3}\right)$

dmnv2j-01.C1-B

CzG

(2) A

$$29x + 13y = 6$$

diofantoszi egyenlet egyik megoldása esetén x az alábbi intervallumok valamelyikébe esik. Jelölje meg ezt az intervallumot!

! $[0, 2)$ ☐	$[2, 4)$ ☐	$[4, 6)$ ☐	$[6, 8)$ ☐	$[8, 10)$ ☐	$[10, 13)$ ☐	egyik sem ☐	!
----------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	---------------------------------	----------------------------------	---------------------------------	---

Számolás, indoklás:

számolás, indoklás.

dmnv2j-01.C1-B

CzG

MEGOLDÁS: $[2, 4)$. Ugyanis az általános megoldás $x = 2 + 13t$, $y = -4 - 29t$.

dmnv2j-01.C1-B

CzG

(3) Hányféleképpen rakhatók sorba a „KEREKE” szó betűi? (Természetesen mind a hat betűt felhasználva.)

!	$\binom{6}{4}$	$\circ$	$\binom{6}{5}$	$\circ$	18	$\circ$	32	$\circ$	$\frac{6!}{2! \cdot 3!}$	$\circ$	$\frac{6!}{4!}$	$\circ$	$\frac{24}{2! \cdot 3!}$	$\circ$	egyik sem	$\circ$	!
---	----------------	---------	----------------	---------	----	---------	----	---------	--------------------------	---------	-----------------	---------	--------------------------	---------	-----------	---------	---

dmnv2j-01.C1-B _____ CzG

MEGOLDÁS: $\frac{6!}{2! \cdot 3!}$.

dmnv2j-01.C1-B _____ CzG

(4) Az alábbi téglalapban (a, m) számpárokat soroltunk fel. Jelölje meg azokat, amelyek esetén az

$$ax \equiv 21 \pmod{m}$$

kongruenciának létezik megoldása.

?	$(8, 12)$	$\circ$	$(7, 28)$	$\circ$	$(28, 7)$	$\circ$	egyik sem	$\circ$	?
---	-----------	---------	-----------	---------	-----------	---------	-----------	---------	---

dmnv2j-01.C1-B _____ CzG

MEGOLDÁS: $(7, 28), (28, 7)$.

dmnv2j-01.C1-B _____ CzG

(5) Tekintsük a $(\mathbf{Z}; -)$ algebrát. (Itt a $-$ a kétváltozós szokásos kivonást jelöli.) Jelölje meg, hogy az alábbiak közül mely kijelentések érvényesek erre az algebrára:

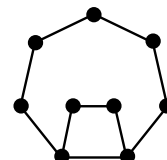
?	test	$\circ$	gyűrű	$\circ$	Abel-csoport	$\circ$	grupoid	$\circ$	egyik sem	$\circ$	?
---	------	---------	-------	---------	--------------	---------	---------	---------	-----------	---------	---

dmnv2j-01.C1-B _____ CzG

MEGOLDÁS: Grupoid.

dmnv2j-01.C1-B _____ CzG

(6) Jelölje be a téglalapban azokat a tulajdonságokat, amelyek érvényesek az alábbi gráfra:



?	van Hamilton-köre	$\circ$	páros gráf	$\circ$	síkgráf	$\circ$	egyik sem	$\circ$	?
---	-------------------	---------	------------	---------	---------	---------	-----------	---------	---

dmnv2j-01.C1-B _____ CzG

MEGOLDÁS: Van Hamilton-köre, síkgráf.

dmnv2j-01.C1-B _____ CzG

(7) Legyen $(A; *)$ és $(B; *)$ egy-egy grupoid, legyen φ egy $A \rightarrow B$ leképezés, és legyen c egy rögzített eleme A -nak. Melyek szükségképpen igazak az alábbi kijelentések közül?

Ha $\forall x \in A$ -ra $c * x = x * c = x$, akkor c -t az $(A; *)$ zéruselemének nevezzük.

!	igen	$\circ$	nem	$\oplus$	!
---	------	---------	-----	----------	---

Ha $(A; *)$ monoid, akkor van egységeleme.

!	igen	$\oplus$	nem	$\circ$	!
---	------	----------	-----	---------	---

Ha φ felcserélhető a $*$ művelettel, akkor φ -t kongruenciának nevezzük.

!	igen	$\circ$	nem	$\oplus$	!
---	------	---------	-----	----------	---

dmnv2j-01.C1-B _____ CzG

(8) Tekintsük az $(\mathbf{N}; +)$ félsoportot. (A művelet a szokásos összeadás.) A b elem (azaz a $\{b\}$ részhalmaz) által generált részfélsoportot $[b]$ -vel jelöljük. Jelölje meg az igaz kijelentéseket a téglalapban felsoroltak közül:

?	$[1] = \{1\}$	$[1] = \mathbf{N}$	$8 \in [2]$	egyik sem	?
---	---------------	--------------------	-------------	-----------	---

dmnv2j-01.C1-B _____ CzG

MEGOLDÁS: $[1] = \mathbf{N}$, $8 \in [2]$.

dmnv2j-01.C1-B _____ CzG

(9) Az $(A; *)$, $(B; *)$ és $(C; *)$ grupoidokat az alábbi művelet táblázatok definiálják:

A				B				C			
*	0	1	2	*	a	b	c	*	p	q	r
0	0	1	2	a	a	b	c	p	p	p	p
1	1	0	2	b	b	c	a	q	p	q	r
2	2	2	2	c	c	a	b	r	p	r	q

Jelölje meg az igaz kijelentéseket a téglalapban felsoroltak közül:

?	a 0 zéruseleme $(A; *)$ -nak	$(B; *)$ -nak van egységeleme	$(C; *)$ gyűrű	egyik sem	?
---	------------------------------	-------------------------------	----------------	-----------	---

dmnv2j-01.C1-B _____ CzG

MEGOLDÁS: Nem, igen, nem.

dmnv2j-01.C1-B _____ CzG

(10) Legyen A egy adott kételemű, B pedig egy adott háromelemű halmaz. Hány $A \rightarrow B$ leképezés van?

!	6	8	9	$\left(\frac{5}{3}\right)$	27	ezek egyik sem	!
---	---	---	---	----------------------------	----	----------------	---

dmnv2j-01.C1-B _____ CzG

MEGOLDÁS: 9.

dmnv2j-01.C1-B _____ CzG