

!	nappali ☐	levelező ☐	!
---	-------------------------------	--------------------------------	---

Név=

születési hónap, nap=

EHA kód=

Tisztelt Vizsgáló! Minden egyes feladatnál a választ, illetve a végeredményt a feladathoz tartozó, előre nyomtatott téglalap(ok)ban kell megadnia! Ellenkező esetben **ki se javítjuk a feladatot!** Négyféle téglalap van: háromféle kicsi (azaz 1 sor magasságú) és egy nagy téglalap. A kis téglalap lehet **felkiáltójeles kis téglalap**, ez esetben **pontosan egy** körbe kell $\times$ -et tennie. A **kérdőjeles kis téglalapok** esetén **egy vagy több** körbe kell értelemszerűen $\times$ -et tennie. Az **aláhúzott kis téglalapba a végeredményt** (többnyire egy számot vagy formulát) kell jól olvashatóan beírnia. (Pl. ld. EHA kód fent.) **A kis téglalapokba tollal kell írni, javítás, áthúzás, lefestés tilos!** Tehát ne kapkodja el a kis téglalapok kitöltését; mérje fel előre, hány perc jut egy feladatra! (A vizsga **90 perces!**)

Ha egy feladatnál indoklást, számolást (is) várunk, akkor erre a célra egy több sor magasságú **nagy téglalapot is** megadunk. Abban — ellenkező kitétel híján — lehet javítani; ha netalán kevés a hely, akkor jól látható módon jelezze, hogy hol vannak a folytatósorok. De ezekre a feladatokra is érvényes: **csak akkor értékeljük**, ha a kis téglalap ki van töltve és összhangban van a nagy téglalapban szereplő, egyértelműen kibetűzhető munkával.

Segédszámolásokat **a téglalapokon kívül, csakis a kiosztott lapon** bárhová (pl. hátoldalra, sorok közé, stb.) lehet írni; ezeket a javításkor nem vesszük figyelembe. Részpontot nem adunk; egy-egy feladat hibátlan megoldása esetén **hat pont** jár, egyébként pedig nulla. **Segédeszköz** (kalkulátor, függvény táblázat, saját papír, stb.) **nem** használható! Az összetűzött feladatsor nem szedhető szét!

dmnv2j-01.C1-A

CzG

(1) A PC szaküzletben ötféle CD kapható. Hányféleképpen vásárolhatunk egyszerre három különböző CD-t? (Mivel „egyszerre”, a sorrend nem számít.)

!	5^3 ☐	3^5 ☐	$\binom{5}{3}$ ☐	$\binom{3}{5}$ ☐	$\binom{7}{3}$ ☐	$5! \cdot 3!$ ☐	18 ☐	egyik sem ☐	!
---	-----------------------------	-----------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------	-------------------------------------	--------------------------	---------------------------------	---

dmnv2j-01.C1-A

CzG

MEGOLDÁS: $\binom{5}{3}$

dmnv2j-01.C1-A

CzG

(2) A

$$13x + 29y = 6$$

diophantoszi egyenlet egyik megoldása esetén x az alábbi intervallumok valamelyikébe esik. Jelölje meg ezt az intervallumot!

!	$[0, 4)$ ☐	$[5, 9)$ ☐	$[10, 14)$ ☐	$[15, 19)$ ☐	$[20, 24)$ ☐	$[25, 30)$ ☐	egyik sem ☐	!
---	--------------------------------	--------------------------------	----------------------------------	----------------------------------	----------------------------------	----------------------------------	---------------------------------	---

Számolás, indoklás:

számolás, indoklás.

dmnv2j-01.C1-A

CzG

MEGOLDÁS: $[25, 30)$. Ugyanis az általános megoldás $x = 25 + 29t$, $y = -11 - 13t$.

dmnv2j-01.C1-A

CzG

(3) Hányféleképpen rakhatók sorba a „PAPLAK” szó betűi? (Természetesen mind a hat betűt felhasználva.)

!	$\binom{6}{4}$	$6! - 2! - 2!$	$4 \cdot 4!$	9	$\frac{6!}{2! \cdot 2!}$	$\frac{6!}{4!}$	$\frac{24}{2! \cdot 2!}$	egyik sem	!
---	----------------	----------------	--------------	---	--------------------------	-----------------	--------------------------	-----------	---

dmnv2j-01.C1-A _____ CzG

MEGOLDÁS: $\frac{6!}{2! \cdot 2!}$.

dmnv2j-01.C1-A _____ CzG

(4) Az alábbi téglalapban (a, m) számpárokat soroltunk fel. Jelölje meg azokat, amelyek esetén az

$$ax \equiv 12 \pmod{m}$$

kongruenciának létezik megoldása.

?	(6, 21)	(7, 21)	(21, 12)	egyik sem	?
---	---------	---------	----------	-----------	---

dmnv2j-01.C1-A _____ CzG

MEGOLDÁS: (6, 21), (21, 12).

dmnv2j-01.C1-A _____ CzG

(5) Tekintsük a $(\mathbf{Z}; +)$ algebrát. (Itt a $+$ a szokásos kétváltozós összeadást jelöli.) Jelölje meg, hogy az alábbiak közül mely kijelentések érvényesek erre az algebrára:

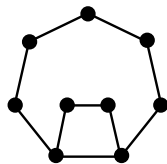
?	test	gyűrű	csoport	monoid	félcsoport	Abel-csoport	egyik sem	?
---	------	-------	---------	--------	------------	--------------	-----------	---

dmnv2j-01.C1-A _____ CzG

MEGOLDÁS: Csoport, monoid, félcsoport, Abel-csoport.

dmnv2j-01.C1-A _____ CzG

(6) Jelölje be a téglalapban azokat a tulajdonságokat, amelyek érvényesek az alábbi gráfra:



?	páros gráf	síkgráf	van Euler-vonala	egyik sem	?
---	------------	---------	------------------	-----------	---

dmnv2j-01.C1-A _____ CzG

MEGOLDÁS: Síkgráf, van Euler-vonala.

dmnv2j-01.C1-A _____ CzG

(7) Legyen $(A; *)$ és $(B; *)$ egy-egy grupoid, legyen φ egy $A \rightarrow B$ leképezés, és legyen c egy rögzített eleme A -nak. Melyek szükségképpen igazak az alábbi kijelentések közül?

Ha φ felcserélhető a $*$ művelettel, akkor φ -t kongruenciának nevezzük.

!	igen	nem	$\oplus$	!
---	------	-----	----------	---

Ha $\forall x \in A$ -ra $c * x = x * c = c$, akkor c -t az $(A; *)$ egységelemének nevezzük.

!	igen	nem	$\oplus$	!
---	------	-----	----------	---

Ha $(A; *)$ csoport, akkor van egységeleme.

!	igen	$\oplus$	nem	$\circ$	!
---	------	----------	-----	---------	---

dmnv2j-01.C1-A _____ CzG

(8) Tekintsük az $(\mathbf{N}; \cdot)$ félcsoportot. (A művelet a szokásos szorzás.) A b elem (azaz a $\{b\}$ részhalmaz) által generált részfélcsoportot $[b]$ -vel jelöljük. Jelölje meg az igaz kijelentéseket a téglalapban felsoroltak közül:

?	$[1] = \{1\}$	$[1] = \mathbf{N}$	$8 \in [2]$	egyik sem	?
---	---------------	--------------------	-------------	-----------	---

dmnv2j-01.C1-A _____ CzG

MEGOLDÁS: $[1] = \{1\}$, $8 \in [2]$.

dmnv2j-01.C1-A _____ CzG

(9) Az $(A; *)$, $(B; *)$ és $(C; *)$ grupoidokat az alábbi művelet táblázatok definiálják:

A				B				C			
$*$	0	1	2	$*$	a	b	c	$*$	p	q	r
0	0	1	2	a	a	b	c	p	p	p	p
1	1	0	2	b	b	c	a	q	p	q	r
2	2	2	2	c	c	a	b	r	p	r	q

Jelölje meg az igaz kijelentéseket a téglalapban felsoroltak közül:

?	a 0 egységeleme $(A; *)$ -nak ☐	$(B; *)$ -nak van zéruseleme ☐	$(C; *)$ test ☐	egyik sem ☐	?
---	--	---	--	------------------------------------	---

dmnv2j-01.C1-A _____ CzG

MEGOLDÁS: Igen, nem, nem.

dmnv2j-01.C1-A _____ CzG

(10) Legyen A egy adott háromelemű, B pedig egy adott kételemű halmaz. Hány $A \rightarrow B$ leképezés van?

!	6 ☐	8 ☐	9 ☐	$\left(\frac{5}{3}\right)$ ☐	27 ☐	ezek egyik sem ☐	!
---	----------------------------	----------------------------	----------------------------	---	-----------------------------	---	---

dmnv2j-01.C1-A _____ CzG

MEGOLDÁS: 8.

dmnv2j-01.C1-A _____ CzG