

|   |                               |                                |   |
|---|-------------------------------|--------------------------------|---|
| ! | nappali <input type="radio"/> | levelező <input type="radio"/> | ! |
|---|-------------------------------|--------------------------------|---|

Név=

születési hónap, nap=

EHA kód=

**Tisztelt Vizsgáló! Minden egyes feladatnál a választ, illetve a végeredményt a feladathoz tartozó, előre nyomtatott téglalap(ok)ban kell megadnia!** Ellenkező esetben **ki se javítjuk a feladatot!** Négyféle téglalap van: háromféle kicsi (azaz 1 sor magasságú) és egy nagy téglalap. A kis téglalap lehet **felkiáltójeles kis téglalap**, ez esetben **pontosan egy körbe** kell  $\times$ -et tennie. A **kérdőjeles kis téglalapok** esetén **egy vagy több körbe** kell értelemszerűen  $\times$ -et tennie. Az **aláhúzott kis téglalapba a végeredményt** (többnyire egy számot vagy formulát) kell jól olvashatóan beírnia. (Pl. ld. EHA kód fent.) **A kis téglalapokba tollal kell írni, javítás, áthúzás, lefestés tilos!** Tehát ne kapkodja el a kis téglalapok kitöltését; mérje fel előre, hány perc jut egy feladatra! (A vizsga **90 perces!**)

Ha egy feladatnál indoklást, számolást (is) várunk, akkor erre a célra egy több sor magasságú **nagy téglalapot is** megadunk. Abban — ellenkező kitétel híján — lehet javítani; ha netalán kevés a hely, akkor jól látható módon jelezze, hogy hol vannak a folytatósorok. De ezekre a feladatokra is érvényes: **csak akkor értékeljük**, ha a kis téglalap ki van töltve és összhangban van a nagy téglalapban szereplő, egyértelműen kibetűzhető munkával.

Segédszámolásokat **a téglalapokon kívül, csakis a kiosztott lapon** bárhová (pl. hátoldalra, sorok közé, stb.) lehet írni; ezeket a javításkor nem vesszük figyelembe. Részpontot nem adunk; egy-egy feladat hibátlan megoldása esetén **hat pont** jár, egyébként pedig nulla. **Segédeszköz** (kalkulátor, függvény táblázat, saját papír, stb.) **nem** használható! Az összetűzött feladatsor nem szedhető szét!

dmnv2-04.C1-B \_\_\_\_\_ CzG

(1) A cukrászdában nyolcféle sütemény kapható (és mindegyikből van bőven). Hányféleképpen vásárolhatunk egyszerre öt süteményt? (Azonosakat is vehetünk. Mivel „egyszerre”, ezért a sorrend nem számít.)

|   |                                                  |                                      |                                     |                             |                             |                                                   |                                                  |                                 |   |
|---|--------------------------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|---------------------------------------------------|--------------------------------------------------|---------------------------------|---|
| ! | $\left(\frac{8}{5}\right)$ <input type="radio"/> | $13! \cdot 5!$ <input type="radio"/> | $8! \cdot 5!$ <input type="radio"/> | $8^5$ <input type="radio"/> | $5^8$ <input type="radio"/> | $\left(\frac{12}{5}\right)$ <input type="radio"/> | $\left(\frac{9}{5}\right)$ <input type="radio"/> | egyik sem <input type="radio"/> | ! |
|---|--------------------------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|---------------------------------------------------|--------------------------------------------------|---------------------------------|---|

dmnv2-04.C1-B \_\_\_\_\_ CzG

(2) A diofantoszi egyenletekről tanultak segítségével döntsük el, hogy hány elemű az

$$\{x \in \mathbf{Z} : (\exists y \in \mathbf{Z})(5x + 9y = 4) \text{ és } 30 \leq x \leq 50\}$$

halmaz.

|   |                         |                         |                         |                         |                         |                         |                         |                         |                                 |   |
|---|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|---------------------------------|---|
| ! | 0 <input type="radio"/> | 1 <input type="radio"/> | 2 <input type="radio"/> | 3 <input type="radio"/> | 4 <input type="radio"/> | 5 <input type="radio"/> | 6 <input type="radio"/> | 7 <input type="radio"/> | egyik sem <input type="radio"/> | ! |
|---|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|---------------------------------|---|

Számolás, indoklás:

számolás, indoklás.

dmnv2-04.C1-B \_\_\_\_\_ CzG

(3) Hányféleképpen rakhatók sorba a „BILLOG” szó betűi úgy, hogy a két  $L$  betű ne legyen egymás mellett?

|   |                          |                          |                          |                           |                           |                           |                           |                           |                                 |   |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------------|---|
| ! | 18 <input type="radio"/> | 24 <input type="radio"/> | 36 <input type="radio"/> | 120 <input type="radio"/> | 180 <input type="radio"/> | 240 <input type="radio"/> | 360 <input type="radio"/> | 720 <input type="radio"/> | egyik sem <input type="radio"/> | ! |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------------|---|

dmnv2-04.C1-B \_\_\_\_\_ CzG

(4) Az alábbi kongruenciarendszert az  $m$  paraméter táblázatbeli értékei mellett vizsgáljuk. Jelölje meg az  $m$  paraméter azon értékeit, amelyek mellett a kongruenciarendszernek van megoldása:

$$x \equiv 2 \pmod{24}$$

$$x \equiv 8 \pmod{m}$$

|   |   |    |    |    |    |                 |   |
|---|---|----|----|----|----|-----------------|---|
| ? | 2 | 12 | 15 | 18 | 48 | nincs ilyen $m$ | ? |
|---|---|----|----|----|----|-----------------|---|

dmnv2-04.C1-B

CzG

(5) Legyen  $k, \ell \in \mathbf{Z}$ , és legyen  $p$  olyan prímszám, amelyik nem osztja  $k$ -t. Igazak-e ekkor **szükségképpen** az alábbi kijelentések?

A  $kx \equiv 1 \pmod{p}$  kongruenciának nincs megoldása az  $x$  ismeretlenre.

$$k^p \equiv k \pmod{p}.$$

$$k^p \equiv 1 \pmod{p}.$$

ha  $k \equiv 1 \pmod{p}$  és  $\ell \equiv 1 \pmod{p}$  akkor  $k\ell \equiv 1 \pmod{p}$ .

|   |      |     |   |
|---|------|-----|---|
| ! | igen | nem | ! |
|---|------|-----|---|

|   |      |     |   |
|---|------|-----|---|
| ! | igen | nem | ! |
|---|------|-----|---|

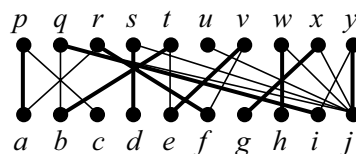
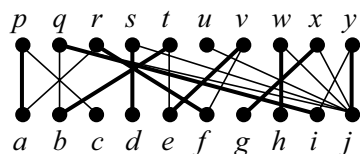
|   |      |     |   |
|---|------|-----|---|
| ! | igen | nem | ! |
|---|------|-----|---|

|   |      |     |   |
|---|------|-----|---|
| ! | igen | nem | ! |
|---|------|-----|---|

dmnv2-04.C1-B

CzG

(6) Magyar módszerrel keresünk maximális elemszámú párosítást az alábbi gráfban. (A gráfot két példányban is lerajzoltuk, hogy legyen min dolgozni, számolni.) Az  $\{ap, bt, ds, ev, fr, gx, hw, iq, jy\}$  párosításig (azaz a vastag élek halmazáig) jutottunk. A téglalapban felsorolt élek közül melyek lesznek benne szükségképpen a magyar módszer következő lépése által szolgáltatott párosításban?



|   |    |    |    |    |    |           |   |
|---|----|----|----|----|----|-----------|---|
| ? | hw | iy | bq | jy | ev | egyik sem | ? |
|---|----|----|----|----|----|-----------|---|

dmnv2-04.C1-B

CzG

(7) Melyek a **szükségképpen** igazak az alábbi kijelentések közül?

Minden csoport egyúttal kancellatív (más szóval egyszerűsítéses) félcsoport.

Minden egyelemű monoid csoport.

Ha  $G$  négyelemű csoport és  $S$  részcsoportha  $G$ -nek, akkor  $|S| \neq 2$ .

Két test direkt szorzata szintén test.

|   |      |     |   |
|---|------|-----|---|
| ! | igen | nem | ! |
|---|------|-----|---|

|   |      |     |   |
|---|------|-----|---|
| ! | igen | nem | ! |
|---|------|-----|---|

|   |      |     |   |
|---|------|-----|---|
| ! | igen | nem | ! |
|---|------|-----|---|

|   |      |     |   |
|---|------|-----|---|
| ! | igen | nem | ! |
|---|------|-----|---|

dmnv2-04.C1-B

CzG

(8) Legyen  $S = \{9k : k \in \mathbf{Z}\}$ . Ez részcsoportha a  $(\mathbf{Z}; +)$  csoportnak. A téglalapban felsorolt elemek közül jelölje be azokat, amelyek benne vannak a  $2 \in \mathbf{Z}$  elem  $S$  részcsoportha szerinti mellékosztályában.

|   |     |    |   |   |    |    |           |   |
|---|-----|----|---|---|----|----|-----------|---|
| ? | -12 | -7 | 2 | 3 | 16 | 20 | egyik sem | ? |
|---|-----|----|---|---|----|----|-----------|---|

dmnv2-04.C1-B

CzG

(9) A művelet táblázattal megadtunk három félcsoporthot. Jelölje be a téglalapban azokat, amelyek csoportok.

| $A$ |   |   |   | $B$ |     |     |     | $C$ |     |     |     |
|-----|---|---|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $*$ | 0 | 1 | 2 | $*$ | $a$ | $b$ | $c$ | $*$ | $p$ | $q$ | $r$ |
| 0   | 0 | 1 | 2 | $a$ | $a$ | $b$ | $c$ | $p$ | $p$ | $p$ | $p$ |
| 1   | 1 | 0 | 2 | $b$ | $b$ | $c$ | $a$ | $q$ | $p$ | $q$ | $r$ |
| 2   | 2 | 2 | 2 | $c$ | $c$ | $a$ | $b$ | $r$ | $p$ | $r$ | $q$ |

|   |     |                       |     |                       |     |                       |           |                       |   |
|---|-----|-----------------------|-----|-----------------------|-----|-----------------------|-----------|-----------------------|---|
| ? | $A$ | <input type="radio"/> | $B$ | <input type="radio"/> | $C$ | <input type="radio"/> | egyik sem | <input type="radio"/> | ? |
|---|-----|-----------------------|-----|-----------------------|-----|-----------------------|-----------|-----------------------|---|

dmnv2-04.C1-B

CzG

(10) Tekintsük az  $(A; *)$ ,  $(B; *)$  és  $(C; *)$  grupoidokat, amelyeket művelet táblázattal az előző feladatban adtunk meg. Mint általában,  $\Theta_{\mathcal{C}}$  jelöli a  $\mathcal{C}$  osztályozáshoz tartozó ekvivalenciát,  $[u]$  pedig az  $\{u\}$  részhalmaz által generált részgrupoidot. (Hogy melyik grupoidban az  $(A; *)$ ,  $(B; *)$  és  $(C; *)$  közül, az a jelölésekből értelemszerű lesz.) Melyek igazak az alábbi állítások közül:

|   |                                |             |                       |                |                       |             |                       |             |                       |           |                       |   |
|---|--------------------------------|-------------|-----------------------|----------------|-----------------------|-------------|-----------------------|-------------|-----------------------|-----------|-----------------------|---|
| ? | $\Theta_{\{\{1\}, \{0, 2\}\}}$ | kongruencia | <input type="radio"/> | $q \in [p, r]$ | <input type="radio"/> | $c \in [a]$ | <input type="radio"/> | $a \in [c]$ | <input type="radio"/> | egyik sem | <input type="radio"/> | ? |
|---|--------------------------------|-------------|-----------------------|----------------|-----------------------|-------------|-----------------------|-------------|-----------------------|-----------|-----------------------|---|

dmnv2-04.C1-B

CzG