

!	nappali ☐	levelező ☐	!
---	-------------------------------	--------------------------------	---

Név=

születési hónap, nap=

EHA kód=

Tisztelt Vizsgáló! Minden egyes feladatnál a választ, illetve a végeredményt a feladathoz tartozó, előre nyomtatott **téglalap(ok)ban kell megadnia!** Ellenkező esetben **ki se javítjuk a feladatot!** Négyféle téglalap van: háromféle kicsi (azaz 1 sor magasságú) és egy nagy téglalap. A kis téglalap lehet **felkiáltójeles kis téglalap**, ez esetben **pontosan egy körbe** kell $\times$ -et tennie. A **kérdőjeles kis téglalapok** esetén **egy vagy több körbe** kell értelemszerűen $\times$ -et tennie. Az **aláhúzott kis téglalapba a végeredményt** (többnyire egy számot vagy formulát) kell jól olvashatóan beírnia. (Pl. ld. EHA kód fent.) **A kis téglalapokba tollal kell írni, javítás, áthúzás, lefestés tilos!** Tehát ne kapkodja el a kis téglalapok kitöltését; mérje fel előre, hány perc jut egy feladatra! (A vizsga **90 perces!**)

Ha egy feladatnál indoklást, számolást (is) várunk, akkor erre a célra egy több sor magasságú **nagy téglalapot is** megadunk. Abban — ellenkező kitétel híján — lehet javítani; ha netalán kevés a hely, akkor jól látható módon jelezze, hogy hol vannak a folytatósorok. De ezekre a feladatokra is érvényes: **csak akkor értékeljük**, ha a kis téglalap ki van töltve és összhangban van a nagy téglalapban szereplő, egyértelműen kibetűzhető munkával.

Segédszámolásokat **a téglalapokon kívül, csakis a kiosztott lapon** bárhová (pl. hátoldalra, sorok közé, stb.) lehet írni; ezeket a javításkor nem vesszük figyelembe. Részpontot nem adunk; egy-egy feladat hibátlan megoldása esetén **hat pont** jár, egyébként pedig nulla. **Segédeszköz** (kalkulátor, függvény táblázat, saját papír, stb.) **nem** használható! Az összetűzött feladatsor nem szedhető szét!

dmnv2-04.C1-A _____ CzG

(1) A cukrászdában hétféle sütemény kapható (és mindegyikből van bőven). Hányféleképpen vásárolhatunk egyszerre négy süteményt? (Azonosakat is vehetünk. Mivel „egyszerre”, ezért a sorrend nem számít.)

!	7^4 ☐	4^7 ☐	$\binom{7}{4}$ ☐	$\binom{11}{4}$ ☐	$\binom{10}{4}$ ☐	$7! \cdot 4!$ ☐	$7! \cdot 11!$ ☐	egyik sem ☐	!
---	-----------------------------	-----------------------------	--------------------------------------	---------------------------------------	---------------------------------------	-------------------------------------	--------------------------------------	---------------------------------	---

dmnv2-04.C1-A _____ CzG

(2) A diofantoszi egyenletekről tanultak segítségével döntsük el, hogy hány elemű az

$$\{y \in \mathbf{Z} : (\exists x \in \mathbf{Z})(9x + 5y = 4) \text{ és } 31 \leq y \leq 41\}$$

halmaz.

!	0 ☐	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐	5 ☐	6 ☐	7 ☐	egyik sem ☐	!
---	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	---------------------------------	---

Számolás, indoklás:

számolás, indoklás.

dmnv2-04.C1-A _____ CzG

(3) Hányféleképpen rakhatók sorba az „ILLIK” szó betűi, ha a két magánhangzó (azaz a két „I” betű) nem kerülhet egymás mellé?

!	10 ☐	18 ☐	21 ☐	24 ☐	30 ☐	36 ☐	48 ☐	60 ☐	egyik sem ☐	!
---	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	---------------------------------	---

dmnv2-04.C1-A _____ CzG

(4) A téglalapban felsorolt m számok (azaz paraméter értékek) közül jelölje meg azokat, amelyek mellett az alábbi kongruenciarendszernek létezik megoldása:

$$x \equiv 2 \pmod{20}$$

$$x \equiv 7 \pmod{m}$$

?	3	☐	8	☐	20	☐	25	☐	30	☐	a felsoroltak egyike sem	☐	?
---	---	-----------------------	---	-----------------------	----	-----------------------	----	-----------------------	----	-----------------------	--------------------------	-----------------------	---

dmnv2-04.C1-A _____ CzG

(5) Legyen $a \in \mathbf{Z}$ és legyen p olyan prímszám, amelyik nem osztja a -t. Igazak-e ekkor **szükségképpen** az alábbi kijelentések?

$$a^p \equiv 1 \pmod{p}.$$

!	igen	☐	nem	☐	!
---	------	-----------------------	-----	-----------------------	---

$$a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}.$$

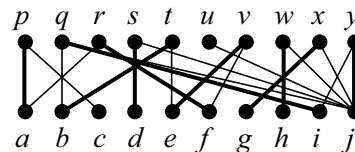
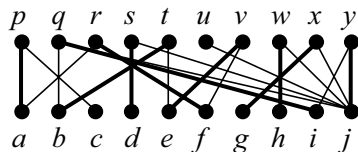
!	igen	☐	nem	☐	!
---	------	-----------------------	-----	-----------------------	---

Az $ax \equiv 1 \pmod{p}$ kongruencia megoldható az $x \in \mathbf{Z}$ ismeretlenre.

!	igen	☐	nem	☐	!
---	------	-----------------------	-----	-----------------------	---

dmnv2-04.C1-A _____ CzG

(6) Magyar módszerrel kerestünk maximális elemszámú párosítást az alábbi gráfban. (A gráfot két példányban is lerajzoltuk, hogy legyen min dolgozni, számolni.) Az $\{ap, bt, ds, ev, fr, gx, hw, iq, jy\}$ párosításig (azaz a vastag élek halmazáig) jutottunk. A téglalapban felsorolt élek közül melyek lesznek benne szükségképpen a magyar módszer következő lépése által szolgáltatott párosításban?



?	bq	☐	te	☐	jy	☐	ev	☐	hw	☐	egyik sem	☐	?
---	----	-----------------------	----	-----------------------	----	-----------------------	----	-----------------------	----	-----------------------	-----------	-----------------------	---

dmnv2-04.C1-A _____ CzG

(7) Melyek a szükségképpen igazak az alábbi kijelentések közül?

Csoportban minden elemnek legalább egy inverze van.

!	igen	☐	nem	☐	!
---	------	-----------------------	-----	-----------------------	---

Ha egy csoportban a művelet asszociatív, akkor Abel-csoportnak nevezzük.

!	igen	☐	nem	☐	!
---	------	-----------------------	-----	-----------------------	---

Ha G húszelemű csoport, akkor nincs hételemű részcsoportja.

!	igen	☐	nem	☐	!
---	------	-----------------------	-----	-----------------------	---

Két gyűrű direkt szorzata szintén gyűrű.

!	igen	☐	nem	☐	!
---	------	-----------------------	-----	-----------------------	---

dmnv2-04.C1-A _____ CzG

(8) Legyen $S = \{7k : k \in \mathbf{Z}\}$. Ez részcsoportja a $(\mathbf{Z}; +)$ csoportnak. A téglalapban felsorolt elemek közül jelölje be azokat, amelyek benne vannak a $4 \in \mathbf{Z}$ elem S részcsoport szerinti mellékosztályában.

?	-4	☐	-3	☐	2	☐	3	☐	10	☐	11	☐	egyik sem	☐	?
---	----	-----------------------	----	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	----	-----------------------	----	-----------------------	-----------	-----------------------	---

dmnv2-04.C1-A _____ CzG

(9) Művelet táblázattal három grupoidot adunk meg. Keresse meg közülük azt a grupoidot, amelyik a másik kettő közül semelyikkel sem izomorf. A talált grupoidot (vagy grupoidokat, ha több ilyen is van) jelölje be a kis téglalapban.

A				B				C			
$*$	0	1	2	$*$	a	b	c	$*$	p	q	r
0	0	1	2	a	a	b	c	p	p	p	p
1	1	0	2	b	b	c	a	q	p	q	r
2	2	2	2	c	c	a	b	r	p	r	q

?	A	☐	B	☐	C	☐	nincs közöttük olyan	☐	?
---	-----	-----------------------	-----	-----------------------	-----	-----------------------	----------------------	-----------------------	---

dmnv2-04.C1-A _____ CzG

(10) Tekintsük az $(A; *)$, $(B; *)$ és $(C; *)$ grupoidokat, amelyeket művelet táblázattal az előző feladatban adtunk meg. Mint általában, $\Theta_{\mathcal{C}}$ jelöli a $\mathcal{C}$ osztályozáshoz tartozó ekvivalenciát, $[u]$ pedig az $\{u\}$ részhalmaz által generált részgrupoidot. (Hogy melyik grupoidban az $(A; *)$, $(B; *)$ és $(C; *)$ közül, az a jelölésekből értelemszerű lesz.) Melyek igazak az alábbi állítások közül:

?	$\Theta_{\{\{2\}, \{0, 1\}\}}$ kongruencia	☐	$p \in [q, r]$	☐	$c \in [b]$	☐	$b \in [c]$	☐	egyik sem	☐	?
---	--	-----------------------	----------------	-----------------------	-------------	-----------------------	-------------	-----------------------	-----------	-----------------------	---

dmnv2-04.C1-A _____ CzG