

!	nappali ☐	levelező ☐	!
---	-------------------------------	--------------------------------	---

Név=

születési hónap, nap=

EHA kód=

Tisztelt Vizsgáló! Minden egyes feladatnál a választ, illetve a végeredményt a feladathoz tartozó, előre nyomtatott **téglalap(ok)ban kell megadnia!** Ellenkező esetben **ki se javítjuk a feladatot!** Négyféle téglalap van: háromféle kicsi (azaz 1 sor magasságú) és egy nagy téglalap. A kis téglalap lehet **felkiáltójeles kis téglalap**, ez esetben **pontosan egy** körbe kell $\times$ -et tennie. A **kérdőjeles kis téglalapok** esetén **egy vagy több** körbe kell értelemszerűen $\times$ -et tennie. Az **aláhúzott kis téglalapba a végeredményt** (többnyire egy számot vagy formulát) kell jól olvashatóan beírnia. (Pl. ld. EHA kód fent.) **A kis téglalapokba tollal kell írni, javítás, áthúzás, lefestés tilos!** Tehát ne kapkodja el a kis téglalapok kitöltését; mérje fel előre, hány perc jut egy feladatra! (A vizsga **90 perces!**)

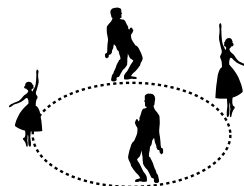
Ha egy feladatnál indoklást, számolást (is) várunk, akkor erre a célra egy több sor magasságú **nagy téglalapot is** megadunk. Abban — ellenkező kitétel híján — lehet javítani; ha netalán kevés a hely, akkor jól látható módon jelezze, hogy hol vannak a folytatósorok. De ezekre a feladatokra is érvényes: **csak akkor értékeljük**, ha a kis téglalap ki van töltve és összhangban van a nagy téglalapban szereplő, egyértelműen kibetűzhető munkával.

Segédszámolásokat **a téglalapokon kívül, csakis a kiosztott lapon** bárhová (pl. hátoldalra, sorok közé, stb.) lehet írni; ezeket a javításkor nem vesszük figyelembe. Részpontot nem adunk; egy-egy feladat hibátlan megoldása esetén **hat pont** jár, egyébként pedig nulla. **Segédeszköz** (kalkulátor, függvénytáblázat, saját papír, stb.) **nem** használható! Az összetűzött feladatsor nem szedhető szét!

dmnv2-03.C1-C

CzG

- (1) Egy társaság három férfiból és hat nőből áll. Hányféleképpen lehet közülük két férfit és két nőt a nyitótáncához kiválasztani? (A sorrend nem számít.)



!	$6^4 - 3^4$ ☐	$\binom{9}{4}$ ☐	24 ☐	45 ☐	48 ☐	60 ☐	150 ☐	$6! \cdot 3!$ ☐	egyik sem ☐	!
---	-----------------------------------	--------------------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	---------------------------	-------------------------------------	---------------------------------	---

dmnv2-03.C1-C

CzG

- (2) Mint ismeretes, a (magyar) kártyapakliban 32 különböző lap van. Hányféleképpen lehet Péternek is és Pálnak is két-két lapot kiosztani a pakliból? A sorrend lényegtelen, csak az számít, hogy Péternek melyik két lap jut és Pálnak melyik két lap jut. (Az viszont számít, hogy egy lap Péternek jut-e vagy Pálnak.)

!	$\binom{32}{4} \cdot \binom{4}{2}$ ☐	$\binom{32}{4} + \binom{4}{2}$ ☐	$\binom{32}{2} \cdot \binom{30}{2}$ ☐	1200 ☐	egyik sem ☐	!
---	--	--	---	----------------------------	---------------------------------	---

dmnv2-03.C1-C

CzG

(3) Az x ismeretlen egész számról az alábbiakat tudjuk:

$$x \equiv 2 \pmod{3}$$

$$x \equiv 1 \pmod{5}$$

$$40 \leq x \leq 52$$

Ikszelje be a téglalapban felsoroltak közül azt a zárt (tehát a határait is tartalmazó) intervallumot, amelyik tartalmazza x -et!

!	[40, 42] ☐	[43, 44] ☐	[45, 46] ☐	[47, 48] ☐	[49, 50] ☐	[51, 52] ☐	egyik sem ☐	!
---	--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	---------------------------------	---

Számolás, indoklás:

számolás, indoklás.

dmnv2-03.C1-C _____ CzG

(4) Hányféleképpen rakhatjuk sorba a „BAHAMA” szó betűit, azaz hány hatbetűs szó nyerhető a „BAHAMA” betűinek összekeverésével?

!	24 ☐	36 ☐	48 ☐	60 ☐	72 ☐	120 ☐	180 ☐	240 ☐	egyik sem ☐	!
---	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	---------------------------	---------------------------	---------------------------	---------------------------------	---

dmnv2-03.C1-C _____ CzG

(5) A

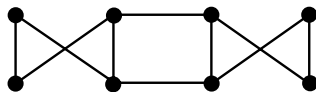
$$2^{111}$$

számot maradékosan osztjuk 81-gyel. Mi az osztás maradéka?

!	0 ☐	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐	8 ☐	9 ☐	16 ☐	egyik sem ☐	!
---	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	--------------------------	---------------------------------	---

dmnv2-03.C1-C _____ CzG

(6) Mely tulajdonságok érvényesek az alábbi gráfra, ha „EV”, illetve „zárt EV” a „van Euler-vonala”, illetve „van zárt Euler-vonala” rövidítése? (A gráfnak pontosan nyolc szögpontja van.)



?	EV ☐	zárt EV ☐	páros gráf ☐	van Hamilton-köre ☐	fa ☐	egyik sem ☐	?
---	--------------------------	-------------------------------	----------------------------------	---	--------------------------	---------------------------------	---

dmnv2-03.C1-C _____ CzG

(7) Legyen $(G; \cdot)$ egy tetszőleges csoport, és legyen $a, b, c \in G$. Egy x elem inverzét a szokott módon x^{-1} jelöli. A csoportra, illetve annak elemeire vonatkozó alábbi kijelentések közül melyek **szükségképpen** igazak?

$(G; \cdot)$ egyúttal monoid.

$$a(a^{-1}b) = (bc^{-1})c.$$

A művelet kancellatív.

$$(ab)c = a(bc).$$

!	igen ☐	nem ☐	!
!	igen ☐	nem ☐	!
!	igen ☐	nem ☐	!
!	igen ☐	nem ☐	!

dmnv2-03.C1-C _____ CzG

(8) Az egész számok $(\mathbf{Z}; +)$ additív csoportjának önmagával vett direkt szorzatában, azaz a $(\mathbf{Z}^2; +)$ csoportban az alábbi három részhalmaz

$$\{(4x + 2, x - 1) : x \in \mathbf{Z}\}, \quad \{(5x, -5x) : x \in \mathbf{Z}\}, \quad \{(x^2 - 4, x^2 + 4) : x \in \mathbf{Z}\}$$

közül jelölje S azt, amelyik normálosztó. A téglalapban felsoroltak közül melyek vannak benne a $(2, -1)$ elem S szerinti baloldali mellékosztályában? (A félreértések elkerülése végett: a feladatban csak egész számok szerepelnek, tehát a vessző **nem** tizedesvessző.)

?	-3 ☐	$(12, 9)$ ☐	$(9, 12)$ ☐	$(2, 1)$ ☐	$(2, -1)$ ☐	$(0, 0)$ ☐	egyik sem ☐	?
---	----------------------------	---------------------------------	---------------------------------	--------------------------------	---------------------------------	--------------------------------	---------------------------------	---

dmnv2-03.C1-C _____ CzG

(9) Tekintsük az alábbi művelet táblázattal megadott $A = (A; *)$ grupoidot. A téglalapban felsorolt állítások ezen grupoidra, illetve ezen $*$ műveletre értendők. Ikszelje be a felsoroltak közül az igaz állításokat. (Itt $[X]$, illetve $[y]$ — a szokott módon — az X , illetve $\{y\}$ részhalmaz által generált részgrupoidot jelöli.)

*	a	b	c	d
a	b	a	d	c
b	a	b	c	d
c	d	c	b	a
d	c	d	a	b

?	kommutatív ☐	van zéruselem ☐	$c \in [b]$ ☐	$d \in \{[b, c]\}$ ☐	egyik sem ☐	?
---	----------------------------------	-------------------------------------	-----------------------------------	--	---------------------------------	---

dmnv2-03.C1-C _____ CzG

(10) Tekintsük az előző feladatban művelet táblázattal megadott $A = (A; *)$ grupoidot. Az alábbi téglalapban megadott osztályozások közül melyek azok, amelyekhez a grupoid kongruenciarelációi tartoznak?

?	$\{\{a, c, d\}, \{b\}\}$ ☐	$\{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}\}$ ☐	$\{\{a, d\}, \{b, c\}\}$ ☐	$\{\{a, b, c, d\}\}$ ☐	egyik sem ☐	?
---	--	--	--	--	---------------------------------	---

dmnv2-03.C1-C _____ CzG