

!	nappali ☐	levelező ☐	!
---	-------------------------------	--------------------------------	---

Név=

születési hónap, nap=

EHA kód=

Tisztelt Vizsgáló! Minden egyes feladatnál a választ, illetve a végeredményt a feladathoz tartozó, előre nyomtatott **téglalap(ok)ban kell megadnia!** Ellenkező esetben **ki se javítjuk a feladatot!** Négyféle téglalap van: háromféle kicsi (azaz 1 sor magasságú) és egy nagy téglalap. A kis téglalap lehet **felkiáltójeles kis téglalap**, ez esetben **pontosan egy** körbe kell $\times$ -et tennie. A **kérdőjeles kis téglalapok** esetén **egy vagy több** körbe kell értelemszerűen $\times$ -et tennie. Az **aláhúzott kis téglalapba a végeredményt** (többnyire egy számot vagy formulát) kell jól olvashatóan beírnia. (Pl. ld. EHA kód fent.) **A kis téglalapokba tollal kell írni, javítás, áthúzás, lefestés tilos!** Tehát ne kapkodja el a kis téglalapok kitöltését; mérje fel előre, hány perc jut egy feladatra! (A vizsga **90 perces!**)

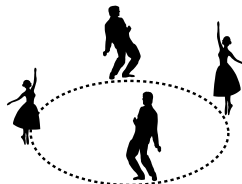
Ha egy feladatnál indoklást, számolást (is) várunk, akkor erre a célra egy több sor magasságú **nagy téglalapot is** megadunk. Abban — ellenkező kitétel híján — lehet javítani; ha netalán kevés a hely, akkor jól látható módon jelezze, hogy hol vannak a folytatósorok. De ezekre a feladatokra is érvényes: **csak akkor értékeljük**, ha a kis téglalap ki van töltve és összhangban van a nagy téglalapban szereplő, egyértelműen kibetűzhető munkával.

Segédszámolásokat **a téglalapokon kívül, csakis a kiosztott lapon** bárhová (pl. hátoldalra, sorok közé, stb.) lehet írni; ezeket a javításkor nem vesszük figyelembe. Részpontot nem adunk; egy-egy feladat hibátlan megoldása esetén **hat pont** jár, egyébként pedig nulla. **Segédeszköz** (kalkulátor, függvény táblázat, saját papír, stb.) **nem** használható! Az összetűzött feladatsor nem szedhető szét!

dmnv2-03.C1-B

CzG

(1) Egy társaság négy férfiből és öt nőből áll. Hányféleképpen lehet közülük két férfit és két nőt a nyitótánchoz kiválasztani? (A sorrend nem számít.)



!	$5^4 - 4^4$ ☐	$\binom{9}{4}$ ☐	24 ☐	48 ☐	60 ☐	120 ☐	150 ☐	$5! \cdot 4!$ ☐	egyik sem ☐	!
---	-----------------------------------	--------------------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	---------------------------	---------------------------	-------------------------------------	---------------------------------	---

dmnv2-03.C1-B

CzG

MEGOLDÁS: $\binom{5}{2} \cdot \binom{4}{2} = 10 \cdot 6 = 60$.

dmnv2-03.C1-B

CzG

(2) Mint ismeretes, a (magyar) kártyapakliban 32 lap van: négy szín (zöld, piros, tőkk, makk) és mindegyik színből nyolc lap. Hányféleképpen lehet a pakliból négy lapot kihúzni úgy, hogy a kihúzott lapok ne legyenek azonos színűek? (Azaz legalább két különböző szín fellépjen. A sorrend nem számít.)

!	$\binom{32}{4} - \binom{8}{4}$ ☐	$\binom{24}{4} + \binom{8}{1}$ ☐	$\binom{32}{4} - \binom{24}{4}$ ☐	$\binom{32}{4} - 4 \cdot \binom{8}{4}$ ☐	egyik sem ☐	!
---	--	--	---	--	---------------------------------	---

dmnv2-03.C1-B

CzG

MEGOLDÁS: $\binom{32}{4} - 4 \cdot \binom{8}{4}$.

dmnv2-03.C1-B

CzG

(3) Az x ismeretlen egész számról az alábbiakat tudjuk:

$$8x \equiv -1 \pmod{17}$$

$$20 < x < 38$$

Ikszelje be a téglalapban felsoroltak közül azt a zárt (tehát a határait is tartalmazó) intervallumot, amelyik tartalmazza x -et!

!	[21, 23] ☐	[24, 26] ☐	[27, 30] ☐	[31, 32] ☐	[33, 35] ☐	[36, 37] ☐	egyik sem ☐	!
---	--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	---------------------------------	---

Számolás, indoklás:

számolás, indoklás.

dmnv2-03.C1-B _____ CzG

MEGOLDÁS: $x = 36 \in [36, 37]$.

dmnv2-03.C1-B _____ CzG

(4) Hányféleképpen rakhatjuk sorba a „KUPAK” szó betűit, azaz hány ötbetűs szó nyerhető a „KUPAK” betűinek összekeverésével?

!	24 ☐	36 ☐	48 ☐	60 ☐	72 ☐	120 ☐	180 ☐	240 ☐	egyik sem ☐	!
---	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	---------------------------	---------------------------	---------------------------	---------------------------------	---

dmnv2-03.C1-B _____ CzG

MEGOLDÁS: $\frac{5!}{2!} = 60$.

dmnv2-03.C1-B _____ CzG

(5) A

$$2^{56}$$

számot maradékosan osztjuk 81-gyel. Mi az osztás maradéka?

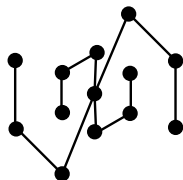
!	0 ☐	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐	9 ☐	25 ☐	27 ☐	egyik sem ☐	!
---	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	--------------------------	--------------------------	---------------------------------	---

dmnv2-03.C1-B _____ CzG

MEGOLDÁS: 4. Mivel $\varphi(81) = 54$ és $\text{ln.k.o.}(2, 81) = 1$, az Euler-tétel szerint $2^{56} = 4 \cdot 2^{54} \equiv 4 \cdot 1 = 4 \pmod{81}$.

dmnv2-03.C1-B _____ CzG

(6) Mely tulajdonságok érvényesek az alábbi gráfra, ha „EV”, illetve „zárt EV” a „van Euler-vonala”, illetve „van zárt Euler-vonala” rövidítése?



?	EV ☐	zárt EV ☐	páros gráf ☐	síkgráf ☐	van Hamilton-köre ☐	fa ☐	egyik sem ☐	?
---	--------------------------	-------------------------------	----------------------------------	-------------------------------	---	--------------------------	---------------------------------	---

dmnv2-03.C1-B _____ CzG

MEGOLDÁS: Páros gráf, síkgráf, fa.

dmnv2-03.C1-B

CzG

(7) Legyen $A = (A; +, \cdot)$ egy tetszőleges gyűrű, és legyen $a, b, c \in A$. A gyűrűre, illetve annak elemeire vonatkozó alábbi kijelentések közül melyek **szükségképpen** igazak?

Ha $b \neq 0$, akkor b -nek van multiplikatív inverze.

!	igen	☐	nem	$\oplus$	!
---	------	-----------------------	-----	----------	---

Az összeadás egységeleme egyúttal a szorzás zéruseleme.

!	igen	$\oplus$	nem	☐	!
---	------	----------	-----	-----------------------	---

$(A \setminus \{0\}; \cdot)$ Abel-csoport.

!	igen	☐	nem	$\oplus$	!
---	------	-----------------------	-----	----------	---

$bc - cb = 0$.

!	igen	☐	nem	$\oplus$	!
---	------	-----------------------	-----	----------	---

dmnv2-03.C1-B

CzG

(8) Az egész számok $(\mathbf{Z}; +)$ additív csoportjának önmagával vett direkt szorzatában, azaz a $(\mathbf{Z}^2; +)$ csoportban tekintsük az

$$S = \{(5x, -2x) : x \in \mathbf{Z}\}$$

normálosztót. A téglalapban felsoroltak közül melyek vannak benne a $(2, -1)$ elem S szerinti baloldali mellékosztályában?

?	-3	☐	$(12, 5)$	☐	$(2, -1)$	☐	$(2, 1)$	☐	$(12, -5)$	☐	$(0, 0)$	☐	egyik sem	☐	?
---	------	-----------------------	-----------	-----------------------	-----------	-----------------------	----------	-----------------------	------------	-----------------------	----------	-----------------------	-----------	-----------------------	---

dmnv2-03.C1-B

CzG

MEGOLDÁS: $(2, -1), (12, -5)$.

dmnv2-03.C1-B

CzG

(9) Tekintsük az alábbi műveletábrázattal megadott $A = (A; *)$ grupoidot. A téglalapban felsorolt állítások ezen grupoidra, illetve ezen $*$ műveletre értendők. Ikszelje be a felsoroltak közül az igaz állításokat. (Itt $[X]$, illetve $[y]$ — a szokott módon — az X , illetve $\{y\}$ részhalmaz által generált részgrupoidot jelöli.)

*	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	a	d	c
c	c	d	a	b
d	d	c	b	a

?	van egységelem	☐	van zéruselem	☐	$c \in [b]$	☐	$c \in [\{b, d\}]$	☐	egyik sem	☐	?
---	----------------	-----------------------	---------------	-----------------------	-------------	-----------------------	--------------------	-----------------------	-----------	-----------------------	---

dmnv2-03.C1-B

CzG

MEGOLDÁS: Igen, nem, nem, igen.

dmnv2-03.C1-B

CzG

(10) Tekintsük az előző feladatban műveletábrázattal megadott $A = (A; *)$ grupoidot. Az alábbi téglalapban megadott osztályozások közül melyek azok, amelyekhez a grupoid kongruenciarelációi tartoznak?

?	$\{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}\}$	☐	$\{\{a, d\}, \{b, c\}\}$	☐	$\{\{a, b, c, d\}\}$	☐	$\{\{a, c, d\}, \{b\}\}$	☐	egyik sem	☐	?
---	----------------------------------	-----------------------	--------------------------	-----------------------	----------------------	-----------------------	--------------------------	-----------------------	-----------	-----------------------	---

dmnv2-03.C1-B

CzG

MEGOLDÁS: Igen, igen, igen, nem.

dmnv2-03.C1-B

CzG