

!	nappali ☐	levelező ☐	!
---	-------------------------------	--------------------------------	---

Név=

születési hónap, nap=

EHA kód=

Tisztelt Vizsgáló! Minden egyes feladatnál a választ, illetve a végeredményt a feladathoz tartozó, előre nyomtatott **téglalap(ok)ban kell megadnia!** Ellenkező esetben **ki se javítjuk a feladatot!** Négyféle téglalap van: háromféle kicsi (azaz 1 sor magasságú) és egy nagy téglalap. A kis téglalap lehet **felkiáltójeles kis téglalap**, ez esetben **pontosan egy körbe** kell $\times$ -et tennie. A **kérdőjeles kis téglalapok** esetén **egy vagy több körbe** kell értelemszerűen $\times$ -et tennie. Az **aláhúzott kis téglalapba a végeredményt** (többnyire egy számot vagy formulát) kell jól olvashatóan beírnia. (Pl. ld. EHA kód fent.) **A kis téglalapokba tollal kell írni, javítás, áthúzás, lefestés tilos!** Tehát ne kapkodja el a kis téglalapok kitöltését; mérje fel előre, hány perc jut egy feladatra! (A vizsga **90 perces!**)

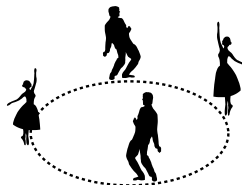
Ha egy feladatnál indoklást, számolást (is) várunk, akkor erre a célra egy több sor magasságú **nagy téglalapot is** megadunk. Abban — ellenkező kitétel híján — lehet javítani; ha netalán kevés a hely, akkor jól látható módon jelezze, hogy hol vannak a folytatósorok. De ezekre a feladatokra is érvényes: **csak akkor értékeljük**, ha a kis téglalap ki van töltve és összhangban van a nagy téglalapban szereplő, egyértelműen kibetűzhető munkával.

Segédszámolásokat **a téglalapokon kívül, csakis a kiosztott lapon** bárhová (pl. hátoldalra, sorok közé, stb.) lehet írni; ezeket a javításkor nem vesszük figyelembe. Részpontot nem adunk; egy-egy feladat hibátlan megoldása esetén **hat pont** jár, egyébként pedig nulla. **Segédeszköz** (kalkulátor, függvény táblázat, saját papír, stb.) **nem** használható! Az összetűzött feladatsor nem szedhető szét!

dmnv2-03.C1-A

CzG

- (1) Egy társaság hat férfiból és öt nőből áll. Hányféleképpen lehet közülük két férfit és két nőt a nyitótáncoshoz kiválasztani? (A sorrend nem számít.)



!	$6^4 - 5^4$ ☐	$\binom{11}{4}$ ☐	24 ☐	48 ☐	150 ☐	180 ☐	210 ☐	$6! \cdot 5!$ ☐	egyik sem ☐	!
---	-----------------------------------	---------------------------------------	--------------------------	--------------------------	---------------------------	---------------------------	---------------------------	-------------------------------------	---------------------------------	---

dmnv2-03.C1-A

CzG

MEGOLDÁS: $\binom{6}{2} \cdot \binom{5}{2} = 15 \cdot 10 = 150$.

dmnv2-03.C1-A

CzG

- (2) Mint ismeretes, a (magyar) kártyapakliban 32 lap van: négy szín (zöld, piros, tókk, makk) és mindegyik színből nyolc lap. Hányféleképpen lehet a pakliból négy lapot kihúzni úgy, hogy a kihúzott lapok között legyen zöld? (A sorrend nem számít.)

!	$\binom{8}{1} \cdot \binom{24}{3}$ ☐	$\binom{24}{4} + \binom{8}{1}$ ☐	$\binom{32}{4} - \binom{24}{4}$ ☐	$\binom{32}{4} - \binom{24}{3}$ ☐	egyik sem ☐	!
---	--	--	---	---	---------------------------------	---

dmnv2-03.C1-A

CzG

MEGOLDÁS: $\binom{32}{4} - \binom{24}{4}$.

dmnv2-03.C1-A

CzG

- (3) Az x ismeretlen egész számról az alábbiakat tudjuk:

$$8x \equiv -1 \pmod{15}$$

$$0 < x < 14$$

Ikszelje be a téglalapban felsoroltak közül azt az intervallumot, amelyik tartalmazza x -et!

!	$[1, 2]$	☐	$[3, 4]$	☐	$[5, 6]$	☐	$[7, 9]$	☐	$[10, 11]$	☐	$[12, 13]$	☐	egyik sem	☐	!
---	----------	-----------------------	----------	-----------------------	----------	-----------------------	----------	-----------------------	------------	-----------------------	------------	-----------------------	-----------	-----------------------	---

Számolás, indoklás:

számolás, indoklás.

dmnv2-03.C1-A _____ CzG

MEGOLDÁS: $x = 13 \in [12, 13]$.

dmnv2-03.C1-A _____ CzG

(4) Hányféleképpen rakhatjuk sorba a „BALLAG” szó betűit, azaz hány hatbetűs szó nyerhető a „BALLAG” betűinek összekeverésével?

!	24	☐	36	☐	48	☐	60	☐	72	☐	120	☐	180	☐	240	☐	egyik sem	☐	!
---	----	-----------------------	----	-----------------------	----	-----------------------	----	-----------------------	----	-----------------------	-----	-----------------------	-----	-----------------------	-----	-----------------------	-----------	-----------------------	---

dmnv2-03.C1-A _____ CzG

MEGOLDÁS: $\frac{6!}{2! \cdot 2!} = 180$.

dmnv2-03.C1-A _____ CzG

(5) A

3^{65}

számot maradékosan osztjuk 128-cal. Mi az osztás maradéka?

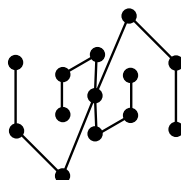
!	0	☐	1	☐	2	☐	3	☐	4	☐	9	☐	25	☐	27	☐	egyik sem	☐	!
---	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	----	-----------------------	----	-----------------------	-----------	-----------------------	---

dmnv2-03.C1-A _____ CzG

MEGOLDÁS: 3. Mivel $\varphi(128) = 64$ és $\ln.k.o.(3, 128) = 1$, az Euler-tétel szerint $3^{65} = 3 \cdot 3^{64} \equiv 3 \cdot 1 = 3 \pmod{128}$.

dmnv2-03.C1-A _____ CzG

(6) Mely tulajdonságok érvényesek az alábbi gráfra?



?	páros gráf	☐	síkgráf	☐	van Hamilton-köre	☐	van Euler-vonala	☐	fa	☐	egyik sem	☐	?
---	------------	-----------------------	---------	-----------------------	-------------------	-----------------------	------------------	-----------------------	----	-----------------------	-----------	-----------------------	---

dmnv2-03.C1-A _____ CzG

MEGOLDÁS: Igen, igen, nem, nem, igen.

dmnv2-03.C1-A _____ CzG

(7) Legyen $A = (A; \cdot)$ egy tetszőleges grupoid, és legyen $a, b, c, d \in A$. Melyek szükségképpen igazak az alábbi kijelentések közül?

Ha e egységeleme A -nak, akkor $e \cdot e$ is egységeleme.

Ha A monoid és c, d inverze b -nek, akkor dc is inverze b -nek.

Ha A monoid akkor $(ac)(bc) = (cb)(ac)$.

Ha A csoport, akkor A monoid.

!	igen $\oplus$	nem $\bigcirc$	!
!	igen $\bigcirc$	nem $\oplus$	!
!	igen $\bigcirc$	nem $\oplus$	!
!	igen $\oplus$	nem $\bigcirc$	!

dmnv2-03.C1-A

CzG

(8) Az egész számok $(\mathbf{Z}; +)$ additív csoportjában az alábbi három halmaz

$$\{5x : x \in \mathbf{Z}\}, \quad \{4x + 2 : x \in \mathbf{Z}\}, \quad \{x^2 - 4 : x \in \mathbf{Z}\}$$

közül jelölje S azt, amelyik normálosztó. A téglalapban felsoroltak közül melyek vannak benne a $b = 3$ elem S szerinti baloldali mellékosztályában?

?	-3 $\bigcirc$	3 $\bigcirc$	-4 $\bigcirc$	4 $\bigcirc$	0 $\bigcirc$	-2 $\bigcirc$	egyik sem $\bigcirc$	?
---	---------------	--------------	---------------	--------------	--------------	---------------	----------------------	---

dmnv2-03.C1-A

CzG

MEGOLDÁS: 3, -2. $S = \{5x : x \in \mathbf{Z}\}$.

dmnv2-03.C1-A

CzG

(9) Tekintsük az alábbi művelet táblával megadott $A = (A; *)$ félcsoportot. (Garantálom, hogy félcsoport, ezt tehát nem kell ellenőrizni.) A téglalapban felsorolt állítások ezen félcsoportra, illetve ezen $*$ műveletre értendők. Ikszeljük be a felsoroltak közül az igaz állításokat. (Itt $[X]$, illetve $[y]$ — a szokott módon — az X , illetve $\{y\}$ részhalmaz által generált részalgebrát jelöli.)

*	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	a	d	c
c	c	d	a	b
d	d	c	b	a

?	van zéruselem $\bigcirc$	kancellatív $\bigcirc$	$c \in [b]$ $\bigcirc$	$d \in [\{b, c\}]$ $\bigcirc$	egyik sem $\bigcirc$	?
---	--------------------------	------------------------	------------------------	-------------------------------	----------------------	---

dmnv2-03.C1-A

CzG

MEGOLDÁS: Nem, igen, nem, igen.

dmnv2-03.C1-A

CzG

(10) Tekintsük az előző feladatban művelet táblával megadott $A = (A; *)$ félcsoportot. Az alábbi téglalapban megadott osztályozások közül melyek azok, amelyekhez a félcsoport kongruenciarelációi tartoznak?

?	$\{\{a, b\}, \{c, d\}\}$ $\bigcirc$	$\{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}\}$ $\bigcirc$	$\{\{a, b, c, d\}\}$ $\bigcirc$	$\{\{a, b, c\}, \{d\}\}$ $\bigcirc$	egyik sem $\bigcirc$	?
---	-------------------------------------	---	---------------------------------	-------------------------------------	----------------------	---

dmnv2-03.C1-A

CzG

MEGOLDÁS: Igen, igen, igen, nem.

dmnv2-03.C1-A

CzG