

! nappali ☐	levelező ☐	!
---------------------------------	--------------------------------	---

Név=

születési hónap, nap=

EHA kód=

Tisztelt Vizsgáló! Minden egyes feladatnál a választ, illetve a végeredményt a feladathoz tartozó, előre nyomtatott **téglalap(ok)ban kell megadnia!** Ellenkező esetben **ki se javítjuk a feladatot!** Négyféle téglalap van: háromféle kicsi (azaz 1 sor magasságú) és egy nagy téglalap. A kis téglalap lehet **felkiáltójeles kis téglalap**, ez esetben **pontosan egy** körbe kell $\times$ -et tennie. A **kérdőjeles kis téglalapok** esetén **egy vagy több** körbe kell értelemszerűen $\times$ -et tennie. Az **aláhúzott kis téglalapba a végeredményt** (többnyire egy számot vagy formulát) kell jól olvashatóan beírnia. (Pl. ld. EHA kód fent.) **A kis téglalapokba tollal kell írni, javítás, áthúzás, lefestés tilos!** Tehát ne kapkodja el a kis téglalapok kitöltését; mérje fel előre, hány perc jut egy feladatra! (A vizsga **90 perces!**)

Ha egy feladatnál indoklást, számolást (is) várunk, akkor erre a célra egy több sor magasságú **nagy téglalapot is** megadunk. Abban — ellenkező kitétel híján — lehet javítani; ha netalán kevés a hely, akkor jól látható módon jelezze, hogy hol vannak a folytatósorok. De ezekre a feladatokra is érvényes: **csak akkor értékeljük**, ha a kis téglalap ki van töltve és összhangban van a nagy téglalapban szereplő, egyértelműen kibetűzhető munkával.

Segédszámolásokat **a téglalapokon kívül, csakis a kiosztott lapon** bárhová (pl. hátoldalra, sorok közé, stb.) lehet írni; ezeket a javításkor nem vesszük figyelembe. Részpontot nem adunk; egy-egy feladat hibátlan megoldása esetén **hat pont** jár, egyébként pedig nulla. **Segédeszköz** (kalkulátor, függvénytáblázat, saját papír, stb.) **nem** használható! Az összetűzött feladatsor nem szedhető szét!

dmnv2-02.C1-B _____ CzG

(1) Hányféleképpen lehet sorba rakni a „KETTES” szó betűit úgy, hogy ne „K” betűvel kezdődő szót kapjunk?

! $6^4 - 5^4$ ☐	$\left(\frac{6}{3}\right)$ ☐	60 ☐	120 ☐	150 ☐	210 ☐	$6! \cdot 4!$ ☐	$6! - 4!$ ☐	egyik sem ☐	!
-------------------------------------	--	--------------------------	---------------------------	---------------------------	---------------------------	-------------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---

dmnv2-02.C1-B _____ CzG

MEGOLDÁS: $\frac{6!}{2! \cdot 2!} - \frac{5!}{2! \cdot 2!} = 180 - 30 = 150$.

dmnv2-02.C1-B _____ CzG

(2) Az x ismeretlen egész számról az alábbiakat tudjuk:

$$x \equiv 4 \pmod{5}$$

$$x \equiv 6 \pmod{7}$$

$$20 < x < 60$$

Ikszelje be a téglalapban felsoroltak közül azt az intervallumot, amelyik tartalmazza x -et!

! [21, 29) ☐	[29, 37) ☐	[37, 43) ☐	[43, 48) ☐	[48, 54) ☐	[54, 60) ☐	egyik sem ☐	!
----------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	---------------------------------	---

Számolás, indoklás:

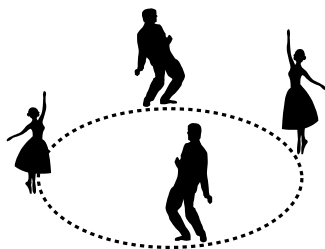
számolás, indoklás.

dmnv2-02.C1-B _____ CzG

MEGOLDÁS: $x = 34 \in [29, 37)$, hiszen a kongr.rendszer általános megoldása $x \equiv -1 \pmod{35}$.

dmnv2-02.C1-B _____ CzG

(3) A táncsoport öt legényből és négy leányból áll. Körtáncot szervezünk két legényből és két leányból. A körben a legények és a leányok felváltva helyezkednek el (és a szaggatott körvonal mentén haladnak körbe). Két ilyen körtáncot akkor tekintünk azonosnak, ha ugyanazok a táncosok, és minden táncos jobb, illetve balszomszédja is ugyanaz. (Az elforgatással egymásba átvihető eseteket nem különböztetjük meg.) A mondott feltételeket betartva hányféle körtánc szervezhető?



!	15	☐	18	☐	120	☐	$\left(\frac{9}{4}\right)$	☐	$\frac{9!}{2! \cdot 2!}$	☐	egyik sem	☐	!
---	----	-----------------------	----	-----------------------	-----	-----------------------	----------------------------	-----------------------	--------------------------	-----------------------	-----------	-----------------------	---

dmnv2-02.C1-B

CzG

MEGOLDÁS: 120. Ugyanis két legényt $\binom{5}{2} = 10$ -, két leányt $\binom{4}{2} = 6$ -féleképpen választhatunk ki. Tehát a táncosokat $10 \cdot 6 = 60$ -féleképpen jelölhetjük ki. Az adott négy táncos (mondjuk Ottó, Ödön, Irén és Irma) kétféleképpen is körbe állhat: Ottó Ödönnel szemben (eddig nincsen szabadsági fokunk), de ezt követően Irén már Ottó baloldalán és jobboldalán is lehet (Irma pedig a másik oldalon).

dmnv2-02.C1-B

CzG

(4) Három udvarias férfi és három udvarias nő egyszerre érkezik a Bolyai-terem ajtajához. Hányféle sorrendben mehetnek be a terembe, ha egyszerre csak egy megy át az ajtón, és a férfiak előre engedik a nőket? (Tehát előbb a három nő, majd a három férfi megy be.)

!	6^3	☐	3^6	☐	$\binom{6}{3}$	☐	$\frac{6!}{3! \cdot 3!}$	☐	24	☐	36	☐	60	☐	egyik sem	☐	!
---	-------	-----------------------	-------	-----------------------	----------------	-----------------------	--------------------------	-----------------------	----	-----------------------	----	-----------------------	----	-----------------------	-----------	-----------------------	---

dmnv2-02.C1-B

CzG

MEGOLDÁS: $3! \cdot 3! = 36$.

dmnv2-02.C1-B

CzG

(5) Mit kapunk maradékként, ha a $3\,100\,000\,000\,033^{31}$ számot maradékosan elosztjuk 31-gyel?

!	0	☐	1	☐	2	☐	8	☐	9	☐	10	☐	15	☐	30	☐	egyik sem	☐	!
---	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	----	-----------------------	----	-----------------------	----	-----------------------	-----------	-----------------------	---

dmnv2-02.C1-B

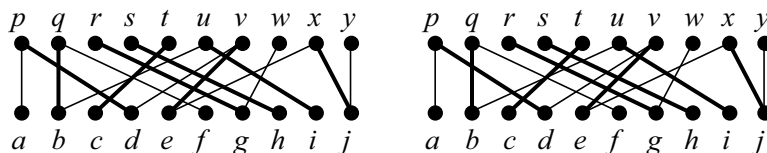
CzG

MEGOLDÁS: 2. Ugyanis a $p = 31$ prímszám, az $a = 3\,100\,000\,000\,033 \equiv 2 \pmod{31}$, és így a kis Fermat-tétel szerint $a^p \equiv a \equiv 2 \pmod{31}$.

dmnv2-02.C1-B

CzG

(6) Magyar módszerrel keresünk maximális elemszámú párosítást az alábbi gráfban. (A gráfot két példányban is lerajzoltuk, hogy legyen min dolgozni, számolni.) A $\{bq, ct, dp, ev, gr, hs, iu, jx\}$ párosításig (azaz a vastag élek halmazáig) jutottunk. A téglalapban felsorolt élek közül melyek lesznek benne szükségképpen a magyar módszer következő lépése által szolgáltatott párosításban?



?	jx	☐	ev	☐	dp	☐	ex	☐	jy	☐	egyik sem	☐	?
---	------	-----------------------	------	-----------------------	------	-----------------------	------	-----------------------	------	-----------------------	-----------	-----------------------	---

dmnv2-02.C1-B

CzG

MEGOLDÁS: jx nem, ev nem, dp nem, ex igen, jy igen. Az egyetlen alternáló út: ap , pd , dv , ve , ex , xj , jy .

dmnv2-02.C1-B

CzG

(7) Melyek a szükségképpen igazak az alábbi kijelentések közül?

$\varphi(4 \cdot 49) = \varphi(4) \cdot \varphi(49)$, ahol φ az Euler-féle φ függvény.

$\varphi(4^{49}) = \varphi(4)^{49}$, ahol φ az Euler-féle φ függvény.

Gyűrű multiplikatív egységeleme egyúttal additív zéruselem is.

Gyűrű multiplikatív egységeleme egyúttal additív egységelem is.

!	igen $\oplus$	nem $\bigcirc$	!
!	igen $\bigcirc$	nem $\oplus$	!
!	igen $\bigcirc$	nem $\oplus$	!
!	igen $\bigcirc$	nem $\oplus$	!

dmnv2-02.C1-B _____ CzG

(8) A síkvektorok $(\mathbf{R}^2; +)$ additív csoportjában tekintsük az $S = \{(x, 0) : x \in \mathbf{R}\}$ normálosztót és a $b = (3, 4)$ elemet. A téglalapban felsoroltak közül melyek vannak benne a b elem S szerinti baloldali mellékosztályában?

?	$(0, 0) \bigcirc$	$(3, 3) \bigcirc$	$(4, 4) \bigcirc$	$(3, 4) \bigcirc$	$(4, 3) \bigcirc$	egyik sem $\bigcirc$	?
---	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	----------------------	---

dmnv2-02.C1-B _____ CzG

MEGOLDÁS: $(4, 4), (3, 4)$.

dmnv2-02.C1-B _____ CzG

(9) Tekintsük az alábbi műveletábrázattal megadott $A = (A; *)$ grupoidot. A téglalapban felsorolt állítások ezen grupoidra, illetve ezen $*$ műveletre értendők. Ikszeljük be a felsoroltak közül az igaz állításokat. (Itt $[X]$, illetve $[y]$ — a szokott módon — az X , illetve $\{y\}$ részhalmaz által generált részalgebrát jelöli.)

$*$	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	c	a	a
c	c	a	b	a
d	d	d	d	d

?	kommutatív $\bigcirc$	$d \in [\{a, b\}] \bigcirc$	van egységelem $\bigcirc$	$c \in [a] \bigcirc$	egyik sem $\bigcirc$	?
---	-----------------------	-----------------------------	---------------------------	----------------------	----------------------	---

dmnv2-02.C1-B _____ CzG

MEGOLDÁS: Nem, nem, igen, nem.

dmnv2-02.C1-B _____ CzG

(10) Tekintsük az előző feladatban műveletábrázattal megadott $A = (A; *)$ grupoidot. Az alábbi téglalapban megadott osztályozások közül melyek azok, amelyekhez a grupoid kongruenciarelációi tartoznak?

?	$\{\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}\} \bigcirc$	$\{\{a, b\}, \{c, d\}\} \bigcirc$	$\{\{a, b, d\}, \{c\}\} \bigcirc$	$\{\{a, c\}, \{b, d\}\} \bigcirc$	egyik sem $\bigcirc$	?
---	---	-----------------------------------	-----------------------------------	-----------------------------------	----------------------	---

dmnv2-02.C1-B _____ CzG

MEGOLDÁS: Igen, nem, nem, nem.

dmnv2-02.C1-B _____ CzG