

!	nappali ☐	levelező ☐	!
---	-------------------------------	--------------------------------	---

Név=

születési hónap, nap=

EHA kód=

Tisztelt Vizsgáló! Minden egyes feladatnál a választ, illetve a végeredményt a feladathoz tartozó, előre nyomtatott téglalap(ok)ban kell megadnia! Ellenkező esetben **ki se javítjuk a feladatot!** Négyféle téglalap van: háromféle kicsi (azaz 1 sor magasságú) és egy nagy téglalap. A kis téglalap lehet **felkiáltójeles kis téglalap**, ez esetben **pontosan egy körbe** kell $\times$ -et tennie. A **kérdőjeles kis téglalapok** esetén **egy vagy több körbe** kell értelemszerűen $\times$ -et tennie. Az **aláhúzott kis téglalapba a végeredményt** (többnyire egy számot vagy formulát) kell jól olvashatóan beírnia. (Pl. ld. EHA kód fent.) **A kis téglalapokba tollal kell írni, javítás, áthúzás, lefestés tilos!** Tehát ne kapkodja el a kis téglalapok kitöltését; mérje fel előre, hány perc jut egy feladatra! (A vizsga **90 perces!**)

Ha egy feladatnál indoklást, számolást (is) várunk, akkor erre a célra egy több sor magasságú **nagy téglalapot is** megadunk. Abban — ellenkező kitétel híján — lehet javítani; ha netalán kevés a hely, akkor jól látható módon jelezze, hogy hol vannak a folytatósorok. De ezekre a feladatokra is érvényes: **csak akkor értékeljük**, ha a kis téglalap ki van töltve és összhangban van a nagy téglalapban szereplő, egyértelműen kibetűzhető munkával.

Segédszámolásokat **a téglalapokon kívül, csakis a kiosztott lapon** bárhová (pl. hátoldalra, sorok közé, stb.) lehet írni; ezeket a javításkor nem vesszük figyelembe. Részpontot nem adunk; egy-egy feladat hibátlan megoldása esetén **hat pont** jár, egyébként pedig nulla. **Segédeszköz** (kalkulátor, függvény táblázat, saját papír, stb.) **nem** használható! Az összetűzött feladatsor nem szedhető szét!

dmnv2-02.C1-A _____ CzG

(1) Hányféleképpen lehet sorba rakni a „KIFLI” szó betűit úgy, hogy ne „I” betűvel kezdődő szót kapjunk?

!	$5^4 - 4^4$ ☐	$\left(\frac{5}{3}\right)$ ☐	18 ☐	24 ☐	36 ☐	48 ☐	$5! \cdot 4!$ ☐	$5! - 4!$ ☐	egyik sem ☐	!
---	-----------------------------------	--	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	-------------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---

dmnv2-02.C1-A _____ CzG

(2) Az x ismeretlen egész számról az alábbiakat tudjuk:

$$x \equiv 7 \pmod{8}$$

$$x \equiv 6 \pmod{7}$$

$$20 < x < 100$$

Ikszelje be a téglalapban felsoroltak közül azt az intervallumot, amelyik tartalmazza x -et!

!	[21, 40) ☐	[40, 60) ☐	[60, 80) ☐	[80, 87) ☐	[87, 94) ☐	[94, 100) ☐	egyik sem ☐	!
---	--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	---------------------------------	---------------------------------	---

Számolás, indoklás:

számolás, indoklás.

dmnv2-02.C1-A _____ CzG

(3) Egy négytagú társaság a következő haditervet dolgozza ki arra, hogy mind a négyen feljus-
sanak a tetőteraszra: ketten a (kétszemélyes) lifttel mennek egyszerre, ketten pedig egymás után
a villámhárítón mászva jutnak fel. Hány különböző sorrendben érkehetnek meg a tetőteraszra,
ha feltesszük, hogy a liften utazó két személy egyszerre érkezik, de ezt leszámítva nincs egyidejű
érkezés?

!	$\binom{6}{2}$	$\frac{5!}{3!}$	12	24	36	$\frac{5!}{3! \cdot 2!}$	60	120	egyik sem	!
---	----------------	-----------------	----	----	----	--------------------------	----	-----	-----------	---

dmnv2-02.C1-A

CzG

(4) A kisállatkereskedőnél háromfajta díszhalat árulnak — mindegyikből van bőven.
Hányféleképpen vásárolhatunk egyidejűleg négy halat az akváriumunkba? (Az „egyidejűség” mi-
att a sorrend nem számít, és nyilván egyformákat is vehetünk.)

!	3^4	4^3	$4!$	$\binom{4}{3}$	$\binom{7}{3}$	$\binom{6}{4}$	$\binom{6}{3}$	egyik sem	!
---	-------	-------	------	----------------	----------------	----------------	----------------	-----------	---

dmnv2-02.C1-A

CzG

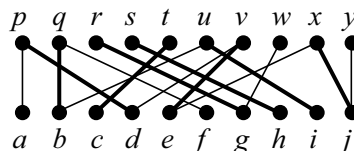
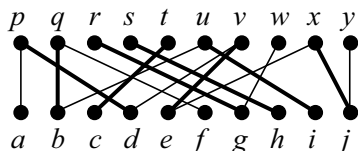
(5) A mobiltelefon memóriájában egy 2^{16} bájt méretű terület szolgál a ki- és bemenő hívások
naplózására. Minden egyes üzenet naplózásához pontosan 17 bájt szükséges. Tegyük fel hogy a
memóriát csakis erre a célra használjuk és sose töröljük. Amikor sok-sok hívás után további naplózás
nem lehetséges, hány kihasználatlan bájt marad a memóriában? (Másként fogalmazva: mi lesz a
maradék, ha a 2^{16} számot elosztjuk tizenhéttel?)

!	0	1	2	8	9	10	15	16	egyik sem	!
---	---	---	---	---	---	----	----	----	-----------	---

dmnv2-02.C1-A

CzG

(6) Magyar módszerrel keresünk maximális elemszámú párosítást az alábbi gráfban. (A gráfot
két példányban is lerajzoltuk, hogy legyen min dolgozni, számolni.) A $\{bq, ct, dp, ev, gr, hs, iu, jx\}$
párosításig (azaz a vastag élek halmazáig) jutottunk. A téglalapban felsorolt élek közül melyek
lesznek benne szükségképpen a magyar módszer következő lépése által szolgáltatott párosításban?



?	bq	iu	dp	ex	jx	egyik sem	?
---	------	------	------	------	------	-----------	---

dmnv2-02.C1-A

CzG

(7) Melyek a szükségképpen igazak az alábbi kijelentések közül? (Útmutató: a φ értékeit érdemes
kiszámolni.)

$\varphi(10^2) = 2 \cdot \varphi(10)$, ahol φ az Euler-féle φ függvény.

!	igen	nem	!
---	------	-----	---

$\varphi(10^2) = \varphi(10)^2$, ahol φ az Euler-féle φ függvény.

!	igen	nem	!
---	------	-----	---

Gyűrű additív egységeleme egyúttal multiplikatív zéruselem.

!	igen	nem	!
---	------	-----	---

Ha egy algebra test, akkor gyűrű is.

!	igen	nem	!
---	------	-----	---

dmnv2-02.C1-A

CzG

(8) A síkvektorok $(\mathbf{R}^2; +)$ additív csoportjában tekintsük az $S = \{(x, x) : x \in \mathbf{R}\}$ normálosztót
és a $b = (3, 4)$ elemet. A téglalapban felsoroltak közül melyek vannak benne a b elem S szerinti
baloldali mellékosztályában?

?	$(0, 0)$	$(0, 1)$	$(4, 4)$	$(3, 4)$	$(4, 5)$	egyik sem	?
---	----------	----------	----------	----------	----------	-----------	---

dmnv2-02.C1-A

CzG

(9) Tekintsük az alábbi művelet táblával megadott $A = (A; *)$ grupoidot. A téglalapban felsorolt állítások ezen grupoidra, illetve ezen $*$ műveletre értendők. Ikszeljük be a felsoroltak közül az igaz állításokat. (Itt $[X]$, illetve $[y]$ — a szokott módon — az X , illetve $\{y\}$ részhalmaz által generált részalgebrát jelöli.)

$*$	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	c	a	a
c	c	a	b	a
d	d	d	d	d

?	van zéruselem ☐	kancellatív ☐	$c \in [b]$ ☐	$d \in [\{b, c\}]$ ☐	egyik sem ☐	?
---	-------------------------------------	-----------------------------------	-----------------------------------	--	---------------------------------	---

dmnv2-02.C1-A _____ CzG

(10) Tekintsük az előző feladatban művelet táblával megadott $A = (A; *)$ grupoidot. Az alábbi téglalapban megadott osztályozások közül melyek azok, amelyekhez a grupoid kongruenciarelációi tartoznak?

?	$\{\{a, b\}, \{c, d\}\}$ ☐	$\{\{a, b, c\}, \{d\}\}$ ☐	$\{\{a, b, c, d\}\}$ ☐	$\{\{a, c\}, \{b, d\}\}$ ☐	egyik sem ☐	?
---	--	--	--	--	---------------------------------	---

dmnv2-02.C1-A _____ CzG