

!	nappali ☐	levelező ☐	!
---	-------------------------------	--------------------------------	---

Név=

születési hónap, nap=

EHA kód=

Tisztelt Vizsgáló! Minden egyes feladatnál a választ, illetve a végeredményt a feladathoz tartozó, előre nyomtatott **téglalap(ok)ban kell megadnia!** Ellenkező esetben **ki se javítjuk a feladatot!** Négyféle téglalap van: háromféle kicsi (azaz 1 sor magasságú) és egy nagy téglalap. A kis téglalap lehet **felkiáltójeles kis téglalap**, ez esetben **pontosan egy körbe** kell $\times$ -et tennie. A **kérdőjeles kis téglalapok** esetén **egy vagy több körbe** kell értelemszerűen $\times$ -et tennie. Az **aláhúzott kis téglalapba a végeredményt** (többnyire egy számot vagy formulát) kell jól olvashatóan beírnia. (Pl. ld. EHA kód fent.) **A kis téglalapokba tollal kell írni, javítás, áthúzás, lefestés tilos!** Tehát ne kapkodja el a kis téglalapok kitöltését; mérje fel előre, hány perc jut egy feladatra! (A vizsga **90 perces!**)

Ha egy feladatnál indoklást, számolást (is) várunk, akkor erre a célra egy több sor magasságú **nagy téglalapot is** megadunk. Abban — ellenkező kitétel híján — lehet javítani; ha netalán kevés a hely, akkor jól látható módon jelezze, hogy hol vannak a folytatósorok. De ezekre a feladatokra is érvényes: **csak akkor értékeljük**, ha a kis téglalap ki van töltve és összhangban van a nagy téglalapban szereplő, egyértelműen kibetűzhető munkával.

Segédszámolásokat **a téglalapokon kívül, csakis a kiosztott lapon** bárhová (pl. hátoldalra, sorok közé, stb.) lehet írni; ezeket a javításkor nem vesszük figyelembe. Részpontot nem adunk; egy-egy feladat hibátlan megoldása esetén **hat pont** jár, egyébként pedig nulla. **Segédeszköz** (kalkulátor, függvény táblázat, saját papír, stb.) **nem** használható! Az összetűzött feladatsor nem szedhető szét!

dmnv2-01.C1-A _____ CzG

(1) A PC szaküzletben ötféle CD kapható (és mindegyikből van bőven). Hányféleképpen vásárolhatunk egyszerre négy CD-t? (Azonosakat is vehetünk. Mivel „egyszerre”, ezért a sorrend nem számít.)

!	5^4 ☐	4^5 ☐	$\binom{5}{4}$ ☐	$\binom{9}{4}$ ☐	$\binom{8}{4}$ ☐	$5! \cdot 4!$ ☐	$5! \cdot 9!$ ☐	egyik sem ☐	!
---	-----------------------------	-----------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	---------------------------------	---

dmnv2-01.C1-A _____ CzG

(2) A diofantoszi egyenletekről tanultak segítségével döntsük el, hogy hány elemű az

$$\{x \in \mathbf{Z} : (\exists y \in \mathbf{Z})(9x + 5y = 4) \text{ és } 31 \leq x \leq 41\}$$

halmaz?

!	0 ☐	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐	5 ☐	6 ☐	7 ☐	egyik sem ☐	!
---	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	---------------------------------	---

Számolás, indoklás:

számolás, indoklás.

dmnv2-01.C1-A _____ CzG

(3) Hányféleképpen rakhatók sorba a „BALLADA” szó betűi, ha a két mássalhangzó nem kerülhet egymás mellé? (Az „A” kivételével az összes előforduló betű mássalhangzó.)

!	$\binom{7}{2}$ ☐	$7! - 3!$ ☐	12 ☐	24 ☐	36 ☐	$\frac{7!}{2! \cdot 3!}$ ☐	60 ☐	120 ☐	egyik sem ☐	!
---	--------------------------------------	---------------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--	--------------------------	---------------------------	---------------------------------	---

dmnv2-01.C1-A _____ CzG

(4) Jelölje be a téglalapba az m paraméter azon értékeit, amelyek mellett az alábbi kongruencia-rendszernek van megoldása:

$$x \equiv 1 \pmod{12}$$

$$x \equiv 7 \pmod{m}$$

?	2	☐	7	☐	8	☐	30	☐	nincs ilyen m	☐	?
---	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	----	-----------------------	-----------------	-----------------------	---

dmnv2-01.C1-A _____ CzG

(5) Legyen $k, \ell \in \mathbf{Z}$ és legyen p olyan prímszám, amelyik nem osztja a $k\ell$ szorzatot. Igazak-e ekkor **szükségképpen** az alábbi kijelentések?

$$k^p \equiv 1 \pmod{p}.$$

$$k^p \equiv k \pmod{p}.$$

Ha $k \equiv 1 \pmod{p}$ és $\ell \equiv 1 \pmod{p}$ akkor $k\ell \equiv 1 \pmod{p}$.

A $kx \equiv 1 \pmod{p}$ kongruencia megoldható az $x \in \mathbf{Z}$ ismeretlenre.

!	igen	☐	nem	☐	!
---	------	-----------------------	-----	-----------------------	---

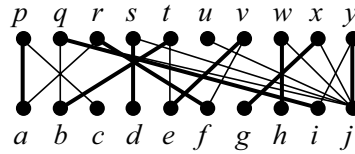
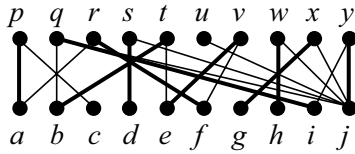
!	igen	☐	nem	☐	!
---	------	-----------------------	-----	-----------------------	---

!	igen	☐	nem	☐	!
---	------	-----------------------	-----	-----------------------	---

!	igen	☐	nem	☐	!
---	------	-----------------------	-----	-----------------------	---

dmnv2-01.C1-A _____ CzG

(6) Magyar módszerrel keresünk maximális elemszámú párosítást az alábbi gráfban. (A gráfot két példányban is lerajzoltuk, hogy legyen min dolgozni, számolni.) Az $\{ap, bt, ds, ev, fr, gx, hw, iq, jy\}$ párosításig (azaz a vastag élek halmazáig) jutottunk. A téglalapban felsorolt élek közül melyek lesznek benne szükségképpen a magyar módszer következő lépése által szolgáltatott párosításban?



?	bq	☐	te	☐	jy	☐	ev	☐	hw	☐	egyik sem	☐	?
---	------	-----------------------	------	-----------------------	------	-----------------------	------	-----------------------	------	-----------------------	-----------	-----------------------	---

dmnv2-01.C1-A _____ CzG

(7) Melyek a szükségképpen igazak az alábbi kijelentések közül?

Ha egy csoportban a művelet asszociatív, akkor Abel-csoportnak nevezzük.

Monoidban minden elemnek legalább egy inverze van.

Ha G tízelemű csoport és S részcsoportha G -nek, akkor $|S| \neq 4$.

Két test direkt szorzata szintén test.

!	igen	☐	nem	☐	!
---	------	-----------------------	-----	-----------------------	---

!	igen	☐	nem	☐	!
---	------	-----------------------	-----	-----------------------	---

!	igen	☐	nem	☐	!
---	------	-----------------------	-----	-----------------------	---

!	igen	☐	nem	☐	!
---	------	-----------------------	-----	-----------------------	---

dmnv2-01.C1-A _____ CzG

(8) Legyen $S = \{7k : k \in \mathbf{Z}\}$. Ez részcsoportha a $(\mathbf{Z}; +)$ csoportnak. A téglalapban felsorolt elemek közül jelölje be azokat, amelyek benne vannak a $3 \in \mathbf{Z}$ elem S részcsoporth szerinti mellékosztályában.

?	-4	☐	12	☐	2	☐	3	☐	10	☐	11	☐	egyik sem	☐	?
---	----	-----------------------	----	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	----	-----------------------	----	-----------------------	-----------	-----------------------	---

dmnv2-01.C1-A _____ CzG

(9) A művelet táblázattal megadott alábbi három grupoid közül melyek izomorfak a $(\{-1, 0, 1\}; \cdot)$ monoiddal? (Itt $\cdot$ az egész számok szokásos szorzását jelöli.)

A				B				C			
$*$	0	1	2	$*$	a	b	c	$*$	p	q	r
0	0	1	2	a	a	b	c	p	p	p	p
1	1	0	2	b	b	c	a	q	p	q	r
2	2	2	2	c	c	a	b	r	p	r	q

?	A	☐	B	☐	C	☐	egyik sem	☐	?
---	-----	-----------------------	-----	-----------------------	-----	-----------------------	-----------	-----------------------	---

dmnv2-01.C1-A _____ CzG

(10) Tekintsük az $(A; *)$, $(B; *)$ és $(C; *)$ grupoidokat, amelyeket művelet táblázattal az előző feladatban adtunk meg. Legyen $\Theta \subseteq A^2$ egy tetszőleges olyan kongruencia, amelyre $(0, 1) \in \Theta$. Θ_C jelöli a C osztályozáshoz tartozó ekvivalenciát. Melyek igazak szükségképpen az alábbi állítások közül:

?	$(1, 2) \in \Theta$	☐	$\Theta_{\{\{p\}, \{q, r\}\}}$ kongruencia	☐	$c \in [b]$	☐	$b \in [c]$	☐	egyik sem	☐	?
---	---------------------	-----------------------	--	-----------------------	-------------	-----------------------	-------------	-----------------------	-----------	-----------------------	---

dmnv2-01.C1-A _____ CzG