

!	nappali ☐	levelező ☐	!
---	-------------------------------	--------------------------------	---

Név=

születési hónap, nap=

EHA kód=

Tisztelt Vizsgáló! Minden egyes feladatnál a választ, illetve a végeredményt a feladathoz tartozó, előre nyomtatott **téglalap(ok)ban kell megadnia!** Ellenkező esetben **ki se javítjuk a feladatot!** Négyféle téglalap van: háromféle kicsi (azaz 1 sor magasságú) és egy nagy téglalap. A kis téglalap lehet **felkiáltójeles kis téglalap**, ez esetben **pontosan egy körbe** kell $\times$ -et tennie. A **kérdőjeles kis téglalapok** esetén **egy vagy több körbe** kell értelemszerűen $\times$ -et tennie. Az **aláhúzott kis téglalapba a végeredményt** (többnyire egy számot vagy formulát) kell jól olvashatóan beírnia. (Pl. ld. EHA kód fent.) **A kis téglalapokba tollal kell írni, javítás, áthúzás, lefestés tilos!** Tehát ne kapkodja el a kis téglalapok kitöltését; mérje fel előre, hány perc jut egy feladatra! (A vizsga **90 perces!**)

Ha egy feladatnál indoklást, számolást (is) várunk, akkor erre a célra egy több sor magasságú **nagy téglalapot is** megadunk. Abban — ellenkező kitétel híján — lehet javítani; ha netalán kevés a hely, akkor jól látható módon jelezze, hogy hol vannak a folytatósorok. De ezekre a feladatokra is érvényes: **csak akkor értékeljük**, ha a kis téglalap ki van töltve és összhangban van a nagy téglalapban szereplő, egyértelműen kibetűzhető munkával.

Segédszámolásokat **a téglalapokon kívül, csakis a kiosztott lapon** bárhová (pl. hátoldalra, sorok közé, stb.) lehet írni; ezeket a javításkor nem vesszük figyelembe. Részpontot nem adunk; egy-egy feladat hibátlan megoldása esetén **hat pont** jár, egyébként pedig nulla. **Segédeszköz** (kalkulátor, függvénytáblázat, saját papír, stb.) **nem** használható! Az összetűzött feladatsor nem szedhető szét!

dmnv1j-02.C1-B

CzG

(1) Jelölje X az alábbi mátrix inverzét:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

Ikszelje be a kis téglalapban, hogy mennyi az X elemeinek az összege? (Azaz $x_{11} + x_{12} + x_{21} + x_{22} = ?$)

!	0 ☐	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐	-1 ☐	-2 ☐	-3 ☐	egyik sem ☐	!
---	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	---------------------------------	---

Számolás, indoklás:

számolás, indoklás.

dmnv1j-02.C1-B

CzG

MEGOLDÁS: 4, hiszen $X = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

dmnv1j-02.C1-B

CzG

(2) Melyik ekvivalens a $(\forall x)(\exists y)(A(x) \wedge B(y))$ formula **negáltjával** az alábbi

$$F : (\forall x)(\exists y)(\neg A(x) \wedge \neg B(y))$$

$$G : (\exists x)(\forall y)(\neg A(x) \vee \neg B(y))$$

$$H : (\exists x)(\forall y)(\neg A(x) \wedge \neg B(y))$$

formulák közül?

!	F	☐	G	☐	H	☐	egyik sem	☐	!
---	-----	-----------------------	-----	-----------------------	-----	-----------------------	-----------	-----------------------	---

dmnv1j-02.C1-B _____ CzG

MEGOLDÁS: G .

dmnv1j-02.C1-B _____ CzG

(3) Mennyi az alábbi determináns értéke a kis téglalapban felsoroltak közül?

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 5 \end{vmatrix}$$

!	0	☐	1	☐	-1	☐	2	☐	-2	☐	5	☐	-6	☐	12	☐	egyik sem	☐	!
---	---	-----------------------	---	-----------------------	----	-----------------------	---	-----------------------	----	-----------------------	---	-----------------------	----	-----------------------	----	-----------------------	-----------	-----------------------	---

dmnv1j-02.C1-B _____ CzG

MEGOLDÁS: 1.

dmnv1j-02.C1-B _____ CzG

(4) Legyen $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Minek válasszuk a téglalapban felsoroltak közül az X halmazt, hogy $\mathcal{C} = \{\{0, 1, 4\}, X, \{2\}\}$ osztályozás legyen az A halmazon?

!	$\emptyset$	☐	$\{3, 5\}$	☐	$\{4, 5\}$	☐	A	☐	$\{1, 3, 5\}$	☐	egyik sem	☐	!
---	-------------	-----------------------	------------	-----------------------	------------	-----------------------	-----	-----------------------	---------------	-----------------------	-----------	-----------------------	---

dmnv1j-02.C1-B _____ CzG

MEGOLDÁS: $\{3, 5\}$

dmnv1j-02.C1-B _____ CzG

(5) Tekintsük az alábbi vektorrendszereket az $\mathbf{R}^3$ vektortérben:

$$\begin{aligned} \mathcal{E} : & \quad (-5, -5, -3), (5, 5, 3), (10, 10, 6); \\ \mathcal{F} : & \quad (1, 1, 1), (1, 1, 0), (1, 0, 0); \\ \mathcal{G} : & \quad (1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 0). \end{aligned}$$

Melyek lineárisan függőek közülük?

?	$\mathcal{E}$	☐	$\mathcal{F}$	☐	$\mathcal{G}$	☐	egyik sem	☐	?
---	---------------	-----------------------	---------------	-----------------------	---------------	-----------------------	-----------	-----------------------	---

dmnv1j-02.C1-B _____ CzG

MEGOLDÁS: $\mathcal{E}, \mathcal{G}$.

dmnv1j-02.C1-B _____ CzG

(6) Legyen $U = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ alaphalmaz (más szóval univerzum), és tekintsük az $A = \{2, 3, 4\}$ és $B = \{0, 2, 4\}$ részhalmazait. Melyek az

$$A \cap (\overline{A} \Delta B)$$

halmaz elemei? (Ezeket ikszeljük be az alábbi téglalapban!)

?	0	☐	1	☐	2	☐	3	☐	4	☐	egyik sem	☐	?
---	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	-----------	-----------------------	---

dmnv1j-02.C1-B _____ CzG

MEGOLDÁS: $\{2, 4\}$. Közvetlenül is könnyen adódik, de úgy is érvelhetünk, hogy a disztributivitás szerint $A \cap (\bar{A} \triangle B) = (A \cap \bar{A}) \triangle (A \cap B) = \emptyset \triangle (A \cap B) = A \cap B = \{2, 4\}$.

dmnv1j-02.C1-B _____ CzG

(7) Döntse el, igazak-e az alábbi kijelentések! (Természetesen az összes magától értetődő feltevést — mint pl. azt, hogy $v_1, \dots, v_n$ egy vektortér elemei — hozzágondolva, valamint a rövidítéseket értelmesnek feltételezve.)

Ha két sorát felcseréljük, akkor a determináns értéke nem változik.

!	igen	☐	nem	$\oplus$	!
---	------	-----------------------	-----	----------	---

Ha $v_1 + \dots + v_n = \vec{0}$, akkor a $v_1, \dots, v_n$ vekt.rendsz. lin. függő.

!	igen	$\oplus$	nem	☐	!
---	------	----------	-----	-----------------------	---

Ha A négyzetes mátrix és invertálható, akkor $\det(A) \neq 0$.

!	igen	$\oplus$	nem	☐	!
---	------	----------	-----	-----------------------	---

dmnv1j-02.C1-B _____ CzG

(8) Melyek $\aleph_0$ számosságúak (azaz megszámlálhatóan végtelenek) az alábbi halmazok közül?

?	$\mathbf{R}$	☐	$\mathbf{Z} \cup (\mathbf{N} \times \mathbf{N})$	☐	$\mathbf{N} \setminus \{1, 2\}$	☐	egyik sem	☐	?
---	--------------	-----------------------	--	-----------------------	---------------------------------	-----------------------	-----------	-----------------------	---

dmnv1j-02.C1-B _____ CzG

MEGOLDÁS: Nem, igen, igen.

dmnv1j-02.C1-B _____ CzG

(9) Legyen $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$,

$$\begin{aligned} \mu : A &\rightarrow A, & x &\mapsto |x|, \text{ továbbá} \\ \eta : A &\rightarrow A, & x &\mapsto -x. \end{aligned}$$

Jelölje be az igaz kijelentéseket az alábbiak közül (a használt rövidítések: „inj”=„injektív”, „szűr”=„szűrjektív”, „bij”=„bijektív”).

?	μ inj	☐	μ szűr	☐	μ bij	☐	η inj	☐	η szűr	☐	η bij	☐	?
---	-----------	-----------------------	------------	-----------------------	-----------	-----------------------	------------	-----------------------	-------------	-----------------------	------------	-----------------------	---

dmnv1j-02.C1-B _____ CzG

MEGOLDÁS: Nem, nem, nem, igen, igen, igen.

dmnv1j-02.C1-B _____ CzG

(10) A téglalapban felsoroltak közül melyek lépnek fel részkifejezésként az

$$(\neg A) \rightarrow B$$

formula teljes diszjunktív normálformájában? (Természetesen pl. „ $(\neg A)$ ” helyett „ $\neg A$ ” is írható, ez a feladat lényegét nem érinti.)

?	$A \wedge B$	☐	$A \wedge (\neg B)$	☐	$(\neg A) \wedge B$	☐	$(\neg A) \wedge (\neg B)$	☐	egyik sem	☐	?
---	--------------	-----------------------	---------------------	-----------------------	---------------------	-----------------------	----------------------------	-----------------------	-----------	-----------------------	---

dmnv1j-02.C1-B _____ CzG

MEGOLDÁS: Igen, igen, igen, nem.

dmnv1j-02.C1-B _____ CzG