

Oltható név=

EHA_{kód}=

Tisztelt Vizsgáló! Minden egyes feladatnál a választ, illetve a végeredményt a feladathoz tartozó, előre nyomtatott téglalap(ok)ban kell megadnia! Ellenkező esetben **ki se javítjuk a feladatot!** Négyféle téglalap van: háromféle kicsi (azaz 1 sor magasságú) és egy nagy téglalap. A kis téglalap lehet **felkiáltójeles kis téglalap**, ez esetben **pon-tosan egy** körbe kell $\times$ -et tennie. A **kérdőjeles kis téglalapok** esetén **egy vagy több** körbe kell értelem szerűen $\times$ -et tennie. Az **aláhúzott kis téglalapba a végeredményt** (többnyire egy számot vagy formulát) kell jól olvashatóan beírnia. (Pl. ld. EHA kód fent.) **A kis téglalapokba tollal kell írni, javítás, áthúzás, lefestés tilos!** Tehát ne kapkodja el a kis téglalapok kitöltését; mérje fel előre, hány perc jut egy feladatra! (A vizsga **90 perces!**)

Ha egy feladatnál indoklást, számolást (is) várunk, akkor erre a célra egy több sor magasságú **nagy téglalapot is** megadunk. Abban — ellenkező kitétel híján — lehet javítani; ha netalán kevés a hely, akkor jól látható módon jelezze, hogy hol vannak a folytatósorok. De ezekre a feladatokra is érvényes: **csak akkor értékeljük**, ha a kis téglalap ki van töltve és összhangban van a nagy téglalapban szereplő, egyértelműen kibetűzhető munkával.

Segédszámolásokat **a téglalapokon kívül, csakis a kiosztott lapon** bárhová (pl. hátoldatra, sorok közé, stb.) lehet írni; ezeket a javításkor nem vesszük figyelembe. Részpontot nem adunk; egy-egy feladat hibátlan megoldása esetén **hat pont** jár, egyébként pedig nulla. **Segédeszköz** (kalkulátor, függvénytáblázat, saját papír, stb.) **nem** használható! Az összetűzött feladatsor nem szedhető szét!

dmnv1CSP-24/A

CzG

- (1) Mennyi a z komplex szám képzetes része az alábbiak közül, ha $(4 - 2i)z = 2 + 14i$? (Emlékeztető: a képzetes rész az i együtthatója a kanonikus alakban.)

!	-3	○	-2	○	-1	○	0	○	1	○	2	○	3	○	4	○	egyik sem	○	!
---	----	---	----	---	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	-----------	---	---

Számolás, indoklás:

számolás, indoklás.

dmnv1CSP-24/A

CzG

- (2) Igazak-e az alábbi egyenlőségek tetszőleges A, B, C halmazokra?

Ha $A \subseteq B$, akkor $A \times A \subseteq B \times B$. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$. $A \cup (B \cap A) = A$.

!	igen	○	nem	○	!
!	igen	○	nem	○	!
!	igen	○	nem	○	!

dmnv1CSP-24/A

CzG

- (3) Legyen $A = P(\mathbb{N})$ az $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ hatványhalmaza, és legyen $\rho = \{(X, Y) \in A^2 : X \cap Y \text{ véges}\}$. Mely tulajdonságokkal rendelkezik a ρ reláció az alábbiak közül?

?	szimmetrikus	○	antiszimmetrikus	○	reflexív	○	egyik sem	○	?
---	--------------	---	------------------	---	----------	---	-----------	---	---

dmnv1CSP-24/A

CzG

A vizsgázó neve=

(4) Az $x^3 + x^2 - 2x + 10$ polinomot maradékosan osztjuk az $x + 3$ polinommal. Mi lesz az osztás maradéka az alábbiak közül?

!	-3	-2	0	2	1	3	$x - 3$	$x^2 + 1$	egyik sem	!
---	----	----	---	---	---	---	---------	-----------	-----------	---

Számolás, indoklás:

számolás, indoklás.

dmnv1CSP-24/A _____ CzG

(5) Legyen F egy olyan formula, amelyik a „Ha péntek van és mindenki alszik, akkor senki sem fél” ítéletet formalizálja. Az alábbi

$$\begin{aligned} U : & (\forall x)(\exists y)(\neg A(x) \wedge F(y) \wedge P), \\ V : & (P \wedge (\forall x)A(x)) \rightarrow ((\forall y)\neg F(y)), \\ W : & (P \wedge (\forall x)(\exists y))(A(x) \vee F(y)). \end{aligned}$$

képletek közül (alkalmas elsőrendű nyelv esetén) melyik az, amelyik F -vel ekvivalens formula?

!	U	V	W	egyik sem	!
---	-----	-----	-----	-----------	---

dmnv1CSP-24/A _____ CzG

(6) Igazak-e az alábbi kijelentések?

Létezik $\mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}^3$ bijektív leképezés.

Létezik $\mathbf{Q}^7 \rightarrow \mathbf{R}$ bijektív leképezés.

Létezik $\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{N}^2$ bijektív leképezés.

!	igen	nem	!
!	igen	nem	!
!	igen	nem	!

dmnv1CSP-24/A _____ CzG

(7) Mennyi az $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix determinánsa?

!	0	1	2	3	4	-1	-2	-3	egyéb	!
---	---	---	---	---	---	----	----	----	-------	---

Számolás, indoklás:

számolás, indoklás.

dmnv1CSP-24/A _____ CzG

A vizsgázó neve=

(8) Az $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix négyzetének hány zérus eleme van? (Azaz A^2 kilenc eleme közül hány egyenlő 0-val?)

!	0	☐	1	☐	2	☐	3	☐	4	☐	5	☐	6	☐	7	☐	8	☐	!
---	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---

Számolás, indoklás:

számolás, indoklás.

dmnv1CSP-24/A _____ CzG

(9) Az alábbiak közül mely esetben mondhatjuk, hogy egy négyzetes mátrix determinánsa **biztosan** nulla?

A mátrix sorvektorrendszere lineárisan független.

!	igen	☐	nem	☐	!
---	------	-----------------------	-----	-----------------------	---

A mátrix megegyezik a transzponáltjával.

!	igen	☐	nem	☐	!
---	------	-----------------------	-----	-----------------------	---

A mátrix valamelyik oszlopában minden elem nulla.

!	igen	☐	nem	☐	!
---	------	-----------------------	-----	-----------------------	---

dmnv1CSP-24/A _____ CzG

(10) Az $\mathbf{R}^5$ -ben tekintsük az $S = \{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0\}$ részhalmazt. Hánydimenziós az S altér? (Gondoljunk a lineáris egyenletrendszerekről tanultakra!)

!	0	☐	1	☐	2	☐	3	☐	4	☐	5	☐	egyéb	☐	!
---	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	-------	-----------------------	---

dmnv1CSP-24/A _____ CzG

Olvasható név=

EHA_{kód}=

Tisztelt Vizsgázó! Minden egyes feladatnál a választ, illetve a végeredményt a feladathoz tartozó, előre nyomtatott **téglalap(ok)ban kell megadnia!** Ellenkező esetben **ki se javítjuk a feladatot!** Négyféle téglalap van: háromféle kicsi (azaz 1 sor magasságú) és egy nagy téglalap. A kis téglalap lehet **felkiáltójeles kis téglalap**, ez esetben **pon-tosan egy** körbe kell $\times$ -et tennie. A **kérdőjeles kis téglalapok** esetén **egy vagy több** körbe kell értelemszerűen $\times$ -et tennie. Az **aláhúzott kis téglalapba a végeredményt** (többnyire egy számot vagy formulát) kell jól olvashatóan beírnia. (Pl. ld. EHA kód fent.) **A kis téglalapokba tollal kell írni, javítás, áthúzás, lefestés tilos!** Tehát ne kapkodja el a kis téglalapok kitöltését; mérje fel előre, hány perc jut egy feladatra! (A vizsga **90 perces!**)

Ha egy feladatnál indoklást, számolást (is) várunk, akkor erre a célra egy több sor magasságú **nagy téglalapot is** megadunk. Abban — ellenkező kitétel híján — lehet javítani; ha netalán kevés a hely, akkor jól látható módon jelezze, hogy hol vannak a folytatósorok. De ezekre a feladatokra is érvényes: **csak akkor értékeljük**, ha a kis téglalap ki van töltve és összhangban van a nagy téglalapban szereplő, egyértelműen kibetűzhető munkával.

Segédszámolásokat **a téglalapokon kívül, csakis a kiosztott lapon** bárhová (pl. hátoldalra, sorok közé, stb.) lehet írni; ezeket a javításkor nem vesszük figyelembe. Részpontot nem adunk; egy-egy feladat hibátlan megoldása esetén **hat pont** jár, egyébként pedig nulla. **Segédeszköz** (kalkulátor, függvénytáblázat, saját papír, stb.) **nem** használható! Az összetűzött feladatsor nem szedhető szét!

dmnv1CSP-24/B

CzG

- (1) Mennyi a z komplex szám képzetes része az alábbiak közül, ha $(5 - 2i)z = -1 + 12i$? (Emlékeztető: a képzetes rész az i együtthatója a kanonikus alakban.)

!	-3	○	-2	○	-1	○	0	○	1	○	2	○	3	○	4	○	egyik sem	○	!
---	----	---	----	---	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	-----------	---	---

Számolás, indoklás:

számolás, indoklás.

dmnv1CSP-24/B

CzG

- (2) Igazak-e az alábbi egyenlőségek tetszőleges A, B, C halmazokra? (P a hatványhalmaz képzését jelöli, és nem minden disztributivitás, ami annak látszik.)

Ha $A \subseteq B$, akkor $P(A) \subseteq P(B)$.

!	igen	○	nem	○	!
---	------	---	-----	---	---

 $A \cup (B \cap C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

!	igen	○	nem	○	!
---	------	---	-----	---	---

 $A \times B = B \times A$.

!	igen	○	nem	○	!
---	------	---	-----	---	---

dmnv1CSP-24/B

CzG

- (3) Legyen $A = P(\mathbf{Q})$, és legyen $\rho = \{(X, Y) \in A^2 : X \cap \mathbf{Z} = Y \cap \mathbf{Z}\}$. Mely tulajdonságokkal rendelkezik a ρ reláció az alábbiak közül?

?	szimmetrikus	○	antiszimmetrikus	○	tranzitív	○	dichotom	○	egyik sem	○	?
---	--------------	---	------------------	---	-----------	---	----------	---	-----------	---	---

dmnv1CSP-24/B

CzG

A vizsgázó neve=

(4) Legyen $\vec{a} = (-3, 2, 0, 1)$, $\vec{b} = (-2, 0, 2, 1)$ és $\vec{c} = (0, 4, -6, t) \in \mathbf{R}^4$. A $t \in \mathbf{R}$ paraméter mely értéke mellett lesz az $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ vektorrendszer lineárisan függő?

!	0	☐	1	☐	-1	☐	egyéb érték(ek)	☐	nincs olyan t	☐	!
---	---	-----------------------	---	-----------------------	----	-----------------------	-----------------	-----------------------	-----------------	-----------------------	---

Számolás, indoklás:

számolás, indoklás.

dmnv1CSP-24/B _____ CzG

(5) Legyen F egy olyan formula, amelyik a „Ha tréfás kedvünk van és mindenki bólogat, akkor senki sem alszik” ítéletet formalizálja. Az alábbi

$$\begin{aligned} U : & \quad (T \wedge (\forall x)B(x)) \rightarrow ((\forall y)\neg A(y)), \\ V : & \quad (\forall x)(\exists y)(\neg B(x) \wedge A(y) \wedge T), \\ W : & \quad (T \wedge (\forall x)(\exists y)) \rightarrow (B(x) \vee A(y)). \end{aligned}$$

képletek közül (alkalmas elsőrendű nyelv esetén) melyik az, amelyik F -vel ekvivalens formula?

!	U	☐	V	☐	W	☐	!
---	-----	-----------------------	-----	-----------------------	-----	-----------------------	---

dmnv1CSP-24/B _____ CzG

(6) Az $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ mátrix négyzetének hány zérus eleme van? (Azaz A^2 kilenc eleme közül hány egyenlő 0-val?)

!	0	☐	1	☐	2	☐	3	☐	4	☐	5	☐	6	☐	7	☐	8	☐	!
---	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---

Számolás, indoklás:

számolás, indoklás.

dmnv1CSP-24/B _____ CzG

A vizsgázó neve=

(7) Igazak-e az alábbi kijelentések?

Létezik $\mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{Q}^9$ bijektív leképezés.

Létezik $\mathbf{N}^2 \rightarrow \mathbf{Q}^9$ bijektív leképezés.

Létezik $\mathbf{Z}^9 \rightarrow \mathbf{N}^6$ bijektív leképezés.

! igen ☐ nem ☐ !

! igen ☐ nem ☐ !

! igen ☐ nem ☐ !

dmnv1CSP-24/B _____ CzG

(8) Mennyi az $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ mátrix determinánsa?

! 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ -1 ☐ -2 ☐ -3 ☐ egyéb ☐ !

Számolás, indoklás:

számolás, indoklás.

dmnv1CSP-24/B _____ CzG

(9) Melyik lesz sajátértéke a valós $A = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ mátrixnak az alábbiak közül?

? ☐ $\sqrt{2}$ ☐ $1 - \sqrt{2}$ ☐ $-\sqrt{17}$ ☐ 0 ☐ 1 ☐ -1 ☐ 2 ☐ $\sqrt{17}$ ☐ egyik sem ☐ ?

Számolás, indoklás:

számolás, indoklás.

dmnv1CSP-24/B _____ CzG

(10) Az $\mathbf{R}^4$ -ben tekintsük az $S = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 : x_1 + x_4 = 0\}$ részhalmazt. Hánydimenziós az S altér? (Gondoljunk a lineáris egyenletrendszerekről tanultakra!)

! 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ egyéb ☐ !

dmnv1CSP-24/B _____ CzG

Olvasható név=

EHA_{kód}=

Tisztelt Vizsgáló! Minden egyes feladatnál a választ, illetve a végeredményt a feladathoz tartozó, előre nyomtatott téglalap(ok)ban kell megadnia! Ellenkező esetben **ki se javítjuk a feladatot!** Négyféle téglalap van: háromféle kicsi (azaz 1 sor magasságú) és egy nagy téglalap. A kis téglalap lehet **felkiáltójeles kis téglalap**, ez esetben **pon-tosan egy** körbe kell $\times$ -et tennie. A **kérdőjeles kis téglalapok** esetén **egy vagy több** körbe kell értelemszerűen $\times$ -et tennie. Az **aláhúzott kis téglalapba a végeredményt** (többnyire egy számot vagy formulát) kell jól olvashatóan beírnia. (Pl. ld. EHA kód fent.) **A kis téglalapokba tollal kell írni, javítás, áthúzás, lefestés tilos!** Tehát ne kapkodja el a kis téglalapok kitöltését; mérje fel előre, hány perc jut egy feladatra! (A vizsga **90 perces!**)

Ha egy feladatnál indoklást, számolást (is) várunk, akkor erre a célra egy több sor magasságú **nagy téglalapot is** megadunk. Abban — ellenkező kitétel híján — lehet javítani; ha netalán kevés a hely, akkor jól látható módon jelezze, hogy hol vannak a folytatósorok. De ezekre a feladatokra is érvényes: **csak akkor értékeljük**, ha a kis téglalap ki van töltve és összhangban van a nagy téglalapban szereplő, egyértelműen kibetűzhető munkával.

Segédszámolásokat **a téglalapokon kívül, csakis a kiosztott lapon** bárhová (pl. hátoldalra, sorok közé, stb.) lehet írni; ezeket a javításkor nem vesszük figyelembe. Részpontot nem adunk; egy-egy feladat hibátlan megoldása esetén **hat pont** jár, egyébként pedig nulla. **Segédeszköz** (kalkulátor, függvénytáblázat, saját papír, stb.) **nem** használható! Az összetűzött feladatsor nem szedhető szét!

dmnv1CSP-24/A _____ CzG

(1) Mennyi a z komplex szám képzetes része az alábbiak közül, ha $(4 - 2i)z = 2 + 14i$? (Emlékeztető: a képzetes rész az i együtthatója a kanonikus alakban.)

!	-3 ○	-2 ○	-1 ○	0 ○	1 ○	2 ○	3 ○	4 ○	egyik sem ○	!
---	------	------	------	-----	-----	-----	-----	-----	-------------	---

Számolás, indoklás:

számolás, indoklás.

dmnv1CSP-24/A _____ CzG

MEGOLDÁS: 3. $z = -1 + 3i$.

dmnv1CSP-24/A _____ CzG

(2) Igazak-e az alábbi egyenlőségek tetszőleges A, B, C halmazokra?

Ha $A \subseteq B$, akkor $A \times A \subseteq B \times B$. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$. $A \cup (B \cap A) = A$.

!	igen $\oplus$	nem ○	!
!	igen $\oplus$	nem ○	!
!	igen $\oplus$	nem ○	!

dmnv1CSP-24/A _____ CzG

(3) Legyen $A = P(\mathbb{N})$ az $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ hatványhalmaza, és legyen $\rho = \{(X, Y) \in A^2 : X \cap Y \text{ véges}\}$. Mely tulajdonságokkal rendelkezik a ρ reláció az alábbiak közül?

?	szimmetrikus ○	antiszimmetrikus ○	reflexív ○	egyik sem ○	?
---	----------------	--------------------	------------	-------------	---

dmnv1CSP-24/A _____ CzG

MEGOLDÁS: Csak a szimmetria teljesül. Nem antiszimmetrikus, hiszen pl. $(\{1\}, \{2\}) \in \rho$ és $(\{2\}, \{1\}) \in \rho$ ellenére $\{1\} \neq \{2\}$. Nem reflexív, mert pl. $(\mathbf{N}, \mathbf{N}) \notin \rho$.

dmnv1CSP-24/A

CzG

A vizsgázó neve=

(4) Az $x^3 + x^2 - 2x + 10$ polinomot maradékosan osztjuk az $x + 3$ polinommal. Mi lesz az osztás maradéka az alábbiak közül?

!	-3	☐	-2	☐	0	☐	2	☐	1	☐	3	☐	$x - 3$	☐	$x^2 + 1$	☐	egyik sem	☐	!
---	----	-----------------------	----	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---------	-----------------------	-----------	-----------------------	-----------	-----------------------	---

Számolás, indoklás:

számolás, indoklás.

dmnv1CSP-24/A

CzG

MEGOLDÁS: -2. A hányados pedig $x^2 - 2x + 4$.

dmnv1CSP-24/A

CzG

(5) Legyen F egy olyan formula, amelyik a „Ha péntek van és mindenki alszik, akkor senki sem fél” ítéletet formalizálja. Az alábbi

$$\begin{aligned} U : & (\forall x)(\exists y)(\neg A(x) \wedge F(y) \wedge P), \\ V : & (P \wedge (\forall x)A(x)) \rightarrow ((\forall y)\neg F(y)), \\ W : & (P \wedge (\forall x)(\exists y))(A(x) \vee F(y)). \end{aligned}$$

képletek közül (alkalmas elsőrendű nyelv esetén) melyik az, amelyik F -vel ekvivalens formula?

!	U	☐	V	☐	W	☐	egyik sem	☐	!
---	-----	-----------------------	-----	-----------------------	-----	-----------------------	-----------	-----------------------	---

dmnv1CSP-24/A

CzG

MEGOLDÁS: V .

dmnv1CSP-24/A

CzG

(6) Igazak-e az alábbi kijelentések?

Létezik $\mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}^3$ bijektív leképezés.

Létezik $\mathbf{Q}^7 \rightarrow \mathbf{R}$ bijektív leképezés.

Létezik $\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{N}^2$ bijektív leképezés.

!	igen	$\oplus$	nem	☐	!
!	igen	☐	nem	$\oplus$	!
!	igen	☐	nem	$\oplus$	!

dmnv1CSP-24/A

CzG

(7) Mennyi az $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix determinánsa?

!	0	☐	1	☐	2	☐	3	☐	4	☐	-1	☐	-2	☐	-3	☐	egyéb	☐	!
---	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	----	-----------------------	----	-----------------------	----	-----------------------	-------	-----------------------	---

Számolás, indoklás:

számolás, indoklás.

dmnv1CSP-24/A _____ CzG

MEGOLDÁS: 0

dmnv1CSP-24/A _____ CzG

A vizsgázó neve=

(8) Az $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix négyzetének hány zérus eleme van? (Azaz A^2 kilenc eleme közül hány egyenlő 0-val?)

!	0	☐	1	☐	2	☐	3	☐	4	☐	5	☐	6	☐	7	☐	8	☐	!
---	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---

Számolás, indoklás:

számolás, indoklás.

dmnv1CSP-24/A _____ CzG

MEGOLDÁS: Kettő, hiszen $A^2 = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 6 \\ 3 & 5 & 8 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$.

dmnv1CSP-24/A _____ CzG

(9) Az alábbiak közül mely esetben mondhatjuk, hogy egy négyzetes mátrix determinánsa **biztosan** nulla?

A mátrix sorvektorrendszere lineárisan független.

!	igen	☐	nem	☐	$\oplus$	!
---	------	-----------------------	-----	-----------------------	----------	---

A mátrix megegyezik a transzponáltjával.

!	igen	☐	nem	☐	$\oplus$	!
---	------	-----------------------	-----	-----------------------	----------	---

A mátrix valamelyik oszlopában minden elem nulla.

!	igen	☐	nem	☐	$\oplus$	!
---	------	-----------------------	-----	-----------------------	----------	---

dmnv1CSP-24/A _____ CzG

(10) Az $\mathbf{R}^5$ -ben tekintsük az $S = \{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0\}$ részhalmazt. Hánydimenziós az S altér? (Gondoljunk a lineáris egyenletrendszerekről tanultakra!)

!	0	☐	1	☐	2	☐	3	☐	4	☐	5	☐	egyéb	☐	!
---	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	-------	-----------------------	---

dmnv1CSP-24/A _____ CzG

MEGOLDÁS: 4. Ugyanis az egyetlen egyenletből álló

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0$$

egyenletrendszer máris lépcsős alakú, és négy szabad ismeretlent tartalmaz.

dmnv1CSP-24/A

 CzG

Olvasható név=

EHA_{kód}=

Tisztelt Vizsgáló! Minden egyes feladatnál a választ, illetve a végeredményt a feladathoz tartozó, előre nyomtatott **téglalap(ok)ban kell megadnia!** Ellenkező esetben **ki se javítjuk a feladatot!** Négyféle téglalap van: háromféle kicsi (azaz 1 sor magasságú) és egy nagy téglalap. A kis téglalap lehet **felkiáltójeles kis téglalap**, ez esetben **pon-tosan egy** körbe kell $\times$ -et tennie. A **kérdőjeles kis téglalapok** esetén **egy vagy több** körbe kell értelemszerűen $\times$ -et tennie. Az **aláhúzott kis téglalapba a végeredményt** (többnyire egy számot vagy formulát) kell jól olvashatóan beírnia. (Pl. ld. EHA kód fent.) **A kis téglalapokba tollal kell írni, javítás, áthúzás, lefestés tilos!** Tehát ne kapkodja el a kis téglalapok kitöltését; mérje fel előre, hány perc jut egy feladatra! (A vizsga **90 perces!**)

Ha egy feladatnál indoklást, számolást (is) várunk, akkor erre a célra egy több sor magasságú **nagy téglalapot is** megadunk. Abban — ellenkező kitétel híján — lehet javítani; ha netalán kevés a hely, akkor jól látható módon jelezze, hogy hol vannak a folytatósorok. De ezekre a feladatokra is érvényes: **csak akkor értékeljük**, ha a kis téglalap ki van töltve és összhangban van a nagy téglalapban szereplő, egyértelműen kibetűzhető munkával.

Segédszámolásokat **a téglalapokon kívül, csakis a kiosztott lapon** bárhová (pl. hátoldalra, sorok közé, stb.) lehet írni; ezeket a javításkor nem vesszük figyelembe. Részpontot nem adunk; egy-egy feladat hibátlan megoldása esetén **hat pont** jár, egyébként pedig nulla. **Segédeszköz** (kalkulátor, függvénytáblázat, saját papír, stb.) **nem** használható! Az összetűzött feladatsor nem szedhető szét!

dmnv1CSP-24/B

CzG

- (1) Mennyi a z komplex szám képzetes része az alábbiak közül, ha $(5 - 2i)z = -1 + 12i$? (Emlékeztető: a képzetes rész az i együtthatója a kanonikus alakban.)

!	-3	○	-2	○	-1	○	0	○	1	○	2	○	3	○	4	○	egyik sem	○	!
---	----	---	----	---	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	-----------	---	---

Számolás, indoklás:

számolás, indoklás.

dmnv1CSP-24/B

CzG

MEGOLDÁS: 2. $z = -1 + 2i$.

dmnv1CSP-24/B

CzG

- (2) Igazak-e az alábbi egyenlőségek tetszőleges A, B, C halmazokra? (P a hatványhalmaz képzését jelöli, és nem minden disztributivitás, ami annak látszik.)

Ha $A \subseteq B$, akkor $P(A) \subseteq P(B)$.

!	igen	$\oplus$	nem	○	!
---	------	----------	-----	---	---

 $A \cup (B \cap C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

!	igen	○	nem	$\oplus$	!
---	------	---	-----	----------	---

 $A \times B = B \times A$.

!	igen	○	nem	$\oplus$	!
---	------	---	-----	----------	---

dmnv1CSP-24/B

CzG

MEGOLDÁS: A második esetben: ha $B = C = \emptyset$, akkor a baloldal A , a jobboldal pedig $\emptyset$.

dmnv1CSP-24/B

CzG

(3) Legyen $A = P(\mathbf{Q})$, és legyen $\rho = \{(X, Y) \in A^2 : X \cap \mathbf{Z} = Y \cap \mathbf{Z}\}$. Mely tulajdonságokkal rendelkezik a ρ reláció az alábbiak közül?

?	szimmetrikus ☐	antiszimmetrikus ☐	transzitiv ☐	dichotom ☐	egyik sem ☐	?
---	------------------------------------	--	----------------------------------	--------------------------------	---------------------------------	---

dmnv1CSP-24/B _____ CzG

MEGOLDÁS: Szimmetrikus, tranzitiv. Nem antiszimmetrikus, hiszen pl. $(\{1/2\}, \{1/3\}) \in \rho$ és $(\{1/3\}, \{1/2\}) \in \rho$ ellenére $\{1/2\} \neq \{1/3\}$. Nem dichotom.

dmnv1CSP-24/B _____ CzG

A vizsgázó neve=

(4) Legyen $\vec{a} = (-3, 2, 0, 1)$, $\vec{b} = (-2, 0, 2, 1)$ és $\vec{c} = (0, 4, -6, t) \in \mathbf{R}^4$. A $t \in \mathbf{R}$ paraméter mely értéke mellett lesz az $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ vektorrendszer lineárisan függő?

!	0 ☐	1 ☐	-1 ☐	egyéb érték(ek) ☐	nincs olyan t ☐	!
---	-------------------------	-------------------------	--------------------------	---------------------------------------	---------------------------------------	---

Számolás, indoklás:

számolás, indoklás.

dmnv1CSP-24/B _____ CzG

MEGOLDÁS: $t = -1$.

dmnv1CSP-24/B _____ CzG

(5) Legyen F egy olyan formula, amelyik a „Ha tréfás kedvünk van és mindenki bólogat, akkor senki sem alszik” ítéletet formalizálja. Az alábbi

$$\begin{aligned} U : & \quad (T \wedge (\forall x)B(x)) \rightarrow ((\forall y)\neg A(y)), \\ V : & \quad (\forall x)(\exists y)(\neg B(x) \wedge A(y) \wedge T), \\ W : & \quad (T \wedge (\forall x)(\exists y)) \rightarrow (B(x) \vee A(y)). \end{aligned}$$

képletek közül (alkalmas elsőrendű nyelv esetén) melyik az, amelyik F -vel ekvivalens formula?

!	U ☐	V ☐	W ☐	!
---	---------------------------	---------------------------	---------------------------	---

dmnv1CSP-24/B _____ CzG

MEGOLDÁS: U .

dmnv1CSP-24/B _____ CzG

(6) Az $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ mátrix négyzetének hány zérus eleme van? (Azaz A^2 kilenc eleme közül hány egyenlő 0-val?)

!	0	☐	1	☐	2	☐	3	☐	4	☐	5	☐	6	☐	7	☐	8	☐	!
---	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---

Számolás, indoklás:

számolás, indoklás.

dmnv1CSP-24/B _____ CzG

MEGOLDÁS: Három, hiszen $A^2 = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

dmnv1CSP-24/B _____ CzG

A vizsgázó neve=

(7) Igazak-e az alábbi kijelentések?

Létezik $\mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{Q}^9$ bijektív leképezés.

Létezik $\mathbf{N}^2 \rightarrow \mathbf{Q}^9$ bijektív leképezés.

Létezik $\mathbf{Z}^9 \rightarrow \mathbf{N}^6$ bijektív leképezés.

!	igen	☐	nem	$\oplus$	!
---	------	-----------------------	-----	----------	---

!	igen	$\oplus$	nem	☐	!
---	------	----------	-----	-----------------------	---

!	igen	$\oplus$	nem	☐	!
---	------	----------	-----	-----------------------	---

dmnv1CSP-24/B _____ CzG

(8) Mennyi az $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ mátrix determinánsa?

!	0	☐	1	☐	2	☐	3	☐	4	☐	-1	☐	-2	☐	-3	☐	egyéb	☐	!
---	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	----	-----------------------	----	-----------------------	----	-----------------------	-------	-----------------------	---

Számolás, indoklás:

számolás, indoklás.

dmnv1CSP-24/B _____ CzG

MEGOLDÁS: -2 .

dmnv1CSP-24/B _____ CzG

(9) Melyik lesz sajátértéke a valós $A = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ mátrixnak az alábbiak közül?

?	$\sqrt{2}$ ○	$1 - \sqrt{2}$ ○	$-\sqrt{17}$ ○	0 ○	1 ○	-1 ○	2 ○	$\sqrt{17}$ ○	egyik sem ○	?
---	--------------	------------------	----------------	-----	-----	------	-----	---------------	-------------	---

Számolás, indoklás:

számolás, indoklás.

dmnv1CSP-24/B _____ CzG

MEGOLDÁS: $-\sqrt{17}, \sqrt{17}$. A karakterisztikus polinom: $\lambda^2 - 17$.

dmnv1CSP-24/B _____ CzG

(10) Az $\mathbf{R}^4$ -ben tekintsük az $S = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 : x_1 + x_4 = 0\}$ részhalmazt. Hánydimenziós az S altér? (Gondoljunk a lineáris egyenletrendszerekről tanultakra!)

!	0 ○	1 ○	2 ○	3 ○	4 ○	5 ○	egyéb ○	!
---	-----	-----	-----	-----	-----	-----	---------	---

dmnv1CSP-24/B _____ CzG

MEGOLDÁS: 3. Ugyanis az egyetlen egyenletből álló

$$\textcolor{red}{x}_1 + x_4 = 0$$

egyenletrendszer máris lépcsős alakú, és három szabad ismeretlent tartalmaz.

dmnv1CSP-24/B _____ CzG