

Kombinatorika (tanárszakosoknak) - 2024/25-2

III. feladatsor

1. Egy trafikban tízféle nyalóka és ötféle cukorka kapható. **a)** Róka Rudi 6 különböző nyalókát és 10 cukorkát szeretne vásárolni. Hányféleképpen teheti ezt meg? (A sorrend nem számít.) **b)** Róka Rudi végül mindegyik fajta cukorkából két-két darabot vásárolt, és úgy döntött, hogy szétosztja őket öt barátja között. Hányféleképpen adhatta oda a cukorkákat, ha senkinek nem adott két egyformát? (Más megkötés nincs.)
2. 15 gyereknek 4 ét- és 8 fehér csokit osztunk ki (mindet), fejenként összesen legfeljebb egyet (az azonos típusú csokik egyformák). Hányféleképpen tehetjük ezt meg?
3. Egy fagyizóban puncs, vanília, csokoládé és eper fagyit árulnak. Hányféleképpen kérhetünk 6 gombócot **a)** tölcsérbe; **b)** kehelybe? **c)** + **d)** És ha mindenképpen szeretnénk legalább két gombóc puncsot?
4. Hány olyan 6-jegyű szám van, melynek pontosan háromféle jegye van, mind páratlan, mindegyikből 2-2?
5. Hányféleképpen tehetünk be 100 különböző tárgyat **a)** egy piros és egy kék; **b)** két egyforma dobozba úgy, hogy mindkettőbe 50 jusson?
6. 18 egyforma alakú, még színtelen karácsonyfadísz szeretnénk megfesteni. Hányféleképpen tehetjük meg ezt, ha ötféle festékünk van?
7. Legyen $H = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$. **a)** $|\{A \subset H : |A| = 4\}| = ?$ **b)** $|\{A \subset H : |A| = 4, \{1, 2\} \not\subset A\}| = ?$ **c)** $|\{A \subset H : \forall i \in A : 2 \mid i\}| = ?$ **d)** $|\{A \subset H : |A| = 5, \text{ és } \forall \{i, j\} \subset A : 2 \mid i \Leftrightarrow 2 \mid j\}| = ?$
8. Hány ötjegyű szám van, melyben a számjegyek **a)** szigorú monoton nőnek; **b)** monoton nőnek?
9. Kaptam tízféle szaloncukrot, mindből három-három darabot. Ezt a harminc édességet szeretném négy különböző kosárba betenni úgy, hogy minden egyes kosárban csupa különböző fajta legyen, és egyik kosár se maradjon üresen. Hányféleképpen tehetem ezt meg? (a kosarakon belül nincsenek sorbarendevezve a szaloncukrok)
10. A neptun minden hallgató és oktató számára generál egy 6 karakterből álló kódot. Minden karakter lehet számjegy (0-tól 9-ig) vagy betű (az angol ábécé 26 betűje közül valamelyik). Hány olyan kód van, amelyben pontosan négyféle karakter fordul elő?
11. Hányféleképpen vásárolhatunk hatféle gyümölcsből összesen tizenöt darabot, ha legfeljebb egyféle gyümölcs lehet, amiből nem veszünk?
12. Hányféleképpen ülhet le 20 házaspár egy színház 40 személyes sorába, ha a házastársak egymás mellett szeretnének ülni?
13. Hányféleképp lehet középpontosan szimmetrikusan elhelyezni **a)** egy (8×8) -as sakktáblán 8, illetve **b)** egy 9×9 -es táblán 9 (egyforma) bástyát úgy, hogy páronként ne üssék egymást?
- 14*. Hányféleképpen állíthatunk $2n$ különböző magasságú embert két n hosszúságú sorba úgy, hogy a hátsó sorban mindenki magasabb legyen az előtte állónál?